Calcolo Numerico
TEST del 21 febbraio 2018

Cognome e nome ______________________________ **Matricola** __________
Informatica

Postazione ________________

FIRMA PER CONSEGNARE ______________________________________

FIRMA PER RITIRARSI ______________________________________

SI RACCOMANDA AGLI STUDENTI DI **commentare adeguatamente** SCRIPT E FUNCTION MATLAB.

- Si scriva una function `jacobi.m` che implementi il metodo di Jacobi per la risoluzione di un sistema lineare $Ax = b$. La function dovrà avere la seguente intestazione:

```
function [x,k,steps,flag] = jacobi (A,b,x0,toll,kmax)
% JACOBI Metodo di Jacobi per la risoluzione di un sistema lineare
%        con test di arresto sulla norma della differenza di due
%        iterate successive
% Uso:
%    [x,k,flag] = jacobi (A,b,x0,toll,kmax)
% Dati di ingresso:
%    A    matrice dei coefficienti
%    b    vettore colonna dei termini noti
%    x0   vettore colonna iniziale
%    toll tolleranza per il test di arresto
%    kmax numero massimo di iterazioni
% Dati di uscita:
%    x    array che contiene per colonne le iterate (vettori) del metodo
%    k    numero delle iterazioni effettuate
% steps vettore di lunghezza k avente quale j-sima componente \|x(:,j+1) - x(:,j)\|_2,j=1,\ldots,k.
%    flag vale 1 se per qualche indice "i" si abbia a(i,i)=0 ed in tal caso si ponga k=0,
%.                    x=[], steps=[],
%         vale 2 se il numero di iterazioni \'e strettamente maggiore di kmax.
%         vale 0 altrimenti.
```

In uscita, la variabile `x` sarà una matrice le cui colonne corrispondono alle iterate del metodo. Pertanto `x(:,1)` conterrà x_0, `x(:,2)` conterrà x_1, e così via. In caso di convergenza, l'ultima colonna di x, ovvero la $k+1$-sima, estraibile con `x(:,end)`, conterrà la soluzione approssimata. Il test di arresto del ciclo while relativo alle iterate deve essere basato sulla norma 2 della differenza tra due iterate successive $\|x(:,j+1) - x(:,j)\|_2$. Se vengono effettuate k iterazioni, si determini il vettore colonna `steps` di lunghezza k avente quale j-sima componente $\|x(:,j+1)-x(:,j)\|_2$, $j = 1, \ldots, k$.

Il parametro di uscita `flag` risulti essere uguale ad

1 se per qualche indice i si abbia $a_{i,i} = 0$ ed in tal caso si ponga `k=0`, `x=[]`, `steps=[]`,

2 se il numero di iterazioni é strettamente maggiore di `kmax`,

0 altrimenti.

- Si scriva una function `jacobi_script.m` in cui dopo aver definito la matrice quadrata $A = (a_{i,j})_{i,j=1,\ldots,3}$ di ordine 3

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

e il vettore colonna $b = (2, 0, 0)^T \in \mathbb{R}^3$, risolva il sistema $Ax = b$ mediante il metodo di Jacobi, ponendo quale vettore colonna iniziale $x0 = (0, \ldots, 0)^T \in \mathbb{R}^1$, `toll=`$10^{-8}$, `kmax=1000`.

Per la soluzione numerica $x^* = \texttt{x}(:,\texttt{end})$, si valuti la norma 2 del residuo $b - A * x^*$ e ne se stampi il risultato mediante `fprintf`, con 1 cifra prima della virgola e 4 dopo la virgola, in notazione esponenziale.

Se il metodo effettua k iterazioni, si determini il grafico in scala semilogaritmica delle coppie (j,`steps`(j)), per $j = 1, \ldots, k$ e lo si salvi come `grafico.jpg`.

Infine si salvi nel file `soluzione.txt`, la matrice 3×2, avente quale prima colonna gli indici delle componenti da 1 a 3 del vettore `x(:,end)` e come seconda colonna le corrispondenti componenti del vettore `x(:,end)`$\in \mathbb{R}^3$ descritte in notazione esponenziale con 1 cifra prima della virgola e 15 dopo la virgola.