Corsi di Laurea in INGEGNERIA AEROSPAZIALE E MECCANICA

Corso di Fondamenti di Algebra Lineare e Geometria

Padova a.a. 2010/2011

Tema n.1

PARTE A. Risolvere i seguenti esercizi:

1A. Si dica se esistono valori del parametro reale a tali che l'endomorfismo f_a di $\mathbb{R}^4$ associato, rispetto alla base canonica, alla matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ a & 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ non è suriettivo. Si determini una base dell'immagine di f_a al variare di a.

2A. Si consideri il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t:

$$\begin{cases} 3x + y - t = a \\ x + 2y - t + z = 0 \\ -x + y + z = 0 \\ 5x + 2y - 2t = a \end{cases}$$

Si determini, se possibile, il valore del parametro reale a per cui $(2, 1, 1, 5)$ sia soluzione del sistema e si risolva il sistema così ottenuto.

3A. Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & 8 \\ 2a^2 & 4 & 2a \end{pmatrix}.$$

Per quali valori del parametro reale a il vettore $(1, 2, 1)$ è autovettore di A? Per i valori trovati, la matrice è diagonalizzabile?

4A. Si determini una base ortonormale di $U = \langle(-1, 2, 3, 0), (1, 1, 1, -1), (0, 3, 4, -1)\rangle$ e la si estenda ad una base ortonormale di $\mathbb{R}^4$.

5A. Si calcoli la distanza tra le rette $r : \begin{cases} y = 0 \\ 3x + 2z + 10 = 0 \end{cases}$ e $s : \begin{cases} x = 1 \\ 3y + z = 18 \end{cases}$

Parte B Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false giustificando brevemente la risposta (ATTENZIONE: le risposte non giustificate verranno ignorate):

1B. Siano V uno spazio vettoriale, W un suo sottospazio, u, v, w, z vettori a due a due non proporzionali tali che $u, v \in W$, $w, z \notin W$.

A. u, v, w è una famiglia linearmente indipendente;

B. $v + w + z$ non appartiene a W;

C. u, z, w è una famiglia linearmente indipendente.

2B. Sia $S = \{M \in M_3(\mathbb{R}) \mid M \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}\}$.

A. S è vuoto;

B. S è un sottospazio vettoriale di $M_3(\mathbb{R})$;

C. in S ci sono matrici invertibili e matrici non invertibili.

3B. Si consideri l'equazione $z^6 + 2i = 0$ nel campo complesso.

A. Se w è soluzione, allora anche $\bar{w}$ è soluzione;

B. le soluzioni hanno tutte lo stesso modulo;

C. ci sono soluzioni che hanno parte reale nulla.