

**Programma del Corso di Fondamenti di Algebra lineare e Geometria
a. a. 2010–2011**

INGEGNERIA AEROSPAZIALE E MECCANICA
Prima squadra

- \mathbb{R} -spazi vettoriali: definizione ed esempi.
- Lo spazio vettoriale \mathbb{R}^n ; lo spazio vettoriale $M_{m,n}(\mathbb{R})$ delle matrici $m \times n$ ad entrate reali.
- Sottospazi vettoriali. Esempi e controesempi.
- Lo spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]$ dei polinomi in una variabile a coefficienti reali.
- Combinazioni lineari e generatori di uno spazio vettoriale.
- Spazi vettoriali finitamente generati: esempi e controesempi.
- Intersezione, unione e somma di sottospazi.
- Dipendenza e indipendenza lineare.
- Basi di uno spazio vettoriale. Esistenza di una base di uno spazio vettoriale finitamente generato.
- Dimensione di uno spazio vettoriale.
- Coordinate di un vettore rispetto ad una base.
- Somma diretta di sottospazi vettoriali.
- Formula di Grassmann e sue applicazioni.
- Applicazioni lineari tra spazi vettoriali: definizione, esempi e controesempi.
- Costruzione di applicazioni lineari, condizioni di esistenza e/o unicità.
- Studio di una applicazione lineare: nucleo e immagine. Iniettività e suriettività.
- Teorema delle dimensioni e sue conseguenze.
- Controimmagine di un vettore mediante una applicazione lineare. Varietà lineari
- Matrici associate ad una applicazione lineare.
- Rango di una matrice.
- Sistemi lineari.
- Teorema di Rouché Capelli.
- Operazioni elementari sulle righe di una matrice.
- Riduzione di una matrice in forma a scala: metodo di riduzione di Gauss. Applicazione alla risoluzione dei sistemi lineari.
- Equazioni di una varietà lineare.
- Sistemi lineari parametrici.

- Prodotto di matrici, composizione di applicazioni lineari.
- Matrici invertibili e calcolo dell'inversa di una matrice.
- Cambiamenti di base.
- Matrici simili.
- Determinante e sue proprietà.
- Autovalori e autovettori di un endomorfismo.
- Autospazi e loro proprietà.
- Polinomio caratteristico.
- Molteplicità algebrica e molteplicità geometrica di un autovalore e relazione fra di esse.
- Matrici diagonalizzabili: definizione, esempi, controesempi.
- Diagonalizzabilità di una matrice su \mathbb{R} : condizioni necessarie e sufficienti.
- Studio della diagonalizzabilità di una matrice dipendente da uno o più parametri.
- Prodotto scalare. Prodotto scalare euclideo e sue proprietà.
- Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz e disuguaglianza triangolare (senza dimostrazioni).
- Ortogonalità, complemento ortogonale di un sottospazio.
- Procedimento di ortonormalizzazione di Gram-Schmidt.
- Proiezioni ortogonali.
- Isometrie, matrici ortogonali.
- Isometrie del piano.
- Matrici simmetriche: definizione ed esempi.
- Numeri complessi: definizione, operazioni e proprietà. Forma algebrica e forma trigonometrica.
- Teorema fondamentale dell'algebra (senza dimostrazione). Potenze e radici n -esime. Formule di De Moivre e di Eulero.
- Diagonalizzabilità su \mathbb{C} .
- Diagonalizzabilità di matrici simmetriche: relazione fra gli autospazi di una matrice simmetrica. Matrici ortogonalmente diagonalizzabili.
- Lo spazio affine $A^n(\mathbb{R})$.
- Sottovarietà lineari.
- Posizione reciproca di sottovarietà lineari in $A^2(\mathbb{R})$ e $A^3(\mathbb{R})$.
- Proprietà metriche nel piano e nello spazio: generalità.
- Ortogonalità di sottovarietà lineari.
- Distanza tra sottovarietà lineari nel piano e nello spazio euclideo; punti di minima distanza.