CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

Padova 23-09-08

II appello autunnale

TEMA n.1

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

1) La distanza fra i piani $(0,0,0)+\langle(1,0,0),(0,1,0)\rangle$ e $(1,1,1)+\langle(1,0,0),(0,1,0)\rangle$ è $\sqrt{3}$.

2) Sia $f:\mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare. L'immagine di f è un sottospazio di $\mathbb{R}^3$ di dimensione maggiore o uguale a 2.

3) Ogni matrice quadrata invertibile è simile ad una matrice diagonale.

Parte 2. Esercizi.

Esercizio 1.

a) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 1 equazione nelle 4 incognite x_1, x_2, x_3, x_4 che abbia come soluzioni $(1,2,3,4)+\langle(1,2,0,1),(0,0,1,0)\rangle$.

b) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 2 equazioni nelle 4 incognite x_1, x_2, x_3, x_4 che abbia come soluzioni $(1,2,3,4)+\langle(1,2,0,1),(0,0,1,0)\rangle$.

c) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 3 equazioni nelle 4 incognite x_1, x_2, x_3, x_4 che abbia come soluzioni $(1,2,3,4)+\langle(1,2,0,1),(0,0,1,0)\rangle$.

Esercizio 2. Si consideri $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 | x+y+z=0\}$.

1) Determinare una base ortonormale $B=\{u_1,u_2,u_3\}$ di $\mathbb{R}^3$ tale che $u_1,u_2\in V$.

2) Si consideri l'applicazione lineare $g:\mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la cui matrice associata rispetto alla base B del punto 1) (stessa base B sia nel dominio che nel codominio) è $M=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$

   Calcolare $g(1,1,1)$.

Esercizio 3.

i) Determinare tutti gli endomorfismi f di $\mathbb{R}^3$ tali che f^2 sia l'applicazione identità di $\mathbb{R}^3$, $f(1,0,0)\in\langle(1,0,0)\rangle$ e $f(1,-1,0)=(1,1,0)$.

ii) Determinare un endomorfismo ψ che verifica le condizioni del punto i) e che sia diagonalizzabile.

(*continua*)

Esercizio 4. Nello spazio euclideo tridimensionale si consideri il piano

$$\pi : (1, -1, 2) + \langle (1, 0, 1), (1, 0, -1) \rangle$$

1) Determinare equazioni parametriche ed equazione cartesiana del piano π.

2) Determinare un piano σ che disti 1 dal piano π. Qual è la posizione reciproca dei piani π e σ?

3) Determinare una retta r che sia contenuta nel piano π e sia ortogonale alla retta s di equazioni

$$s : \begin{cases} 2x - 2y + z = 1 \\ x - y + 5z = 5 \end{cases}$$

4) Determinare, se possibile, una retta t che sia sghemba sia con r che con s.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
Padova 23-09-08
II appello autunnale
TEMA n.2

Parte 1. Quesiti preliminari.
Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

1) La distanza fra i piani $(0,0,0)+\langle(0,0,1),(0,1,0)\rangle$ e $(1,1,1)+\langle(0,0,1),(0,1,0)\rangle$ è $\sqrt{3}$.

2) Sia $f:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^4$ un'applicazione lineare. L'immagine di f è un sottospazio di $\mathbb{R}^4$ di dimensione minore o uguale a 3.

3) Se A è una matrice simmetrica $n\times n$ e H è una qualsiasi matrice ortogonale $n\times n$, allora H^tAH è una matrice diagonale.

Parte 2. Esercizi.

Esercizio 1.

a) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 1 equazione nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(-1,-2,-3,-4)+\langle(1,2,0,1),(1,2,1,1)\rangle$.

b) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 2 equazioni nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(-1,-2,-3,-4)+\langle(1,2,0,1),(1,2,1,1)\rangle$.

c) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 3 equazioni nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(-1,-2,-3,-4)+\langle(1,2,0,1),(1,2,1,1)\rangle$.

Esercizio 2. Si consideri $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3|2x+y+2z=0\}$.

1) Determinare una base ortonormale $B=\{u_1,u_2,u_3\}$ di $\mathbb{R}^3$ tale che $u_1,u_2\in V$.

2) Si consideri l'applicazione lineare $g:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ la cui matrice associata rispetto alla base B del punto 1) (stessa base B sia nel dominio che nel codominio) è $M=\begin{pmatrix}-1&0&0\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$
Calcolare $g(2,1,2)$.

Esercizio 3.

i) Determinare tutti gli endomorfismi f di $\mathbb{R}^3$ tali che f^2 sia l'applicazione identità di $\mathbb{R}^3$, $f(0,1,0)\in\langle(0,1,0)\rangle$ e $f(-1,1,0)=(1,1,0)$.

ii) Determinare un endomorfismo ψ che verifica le condizioni del punto $i)$ e che sia diagonalizzabile.

(*continua*)

Esercizio 4. Nello spazio euclideo tridimensionale si consideri il piano

$$\pi : (-1, 1, 2) + \langle (0, 1, 1), (0, 1, -1) \rangle$$

1) Determinare equazioni parametriche ed equazione cartesiana del piano π.

2) Determinare un piano σ che disti 2 dal piano π. Qual è la posizione reciproca dei piani π e σ?

3) Determinare una retta r che sia contenuta nel piano π e sia ortogonale alla retta s di equazioni

$$s : \begin{cases} -2x + 2y + z = 1 \\ -x + y + 5z = 5 \end{cases}$$

4) Determinare, se possibile, una retta t che sia sghemba sia con r che con s.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

Padova 23-09-08

II appello autunnale

TEMA n.3

Parte 1. Quesiti preliminari.

Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

1) La distanza fra i piani $(-1,-1,-1)+\langle(1,0,0),(0,1,0)\rangle$ e $(1,1,1)+\langle(1,0,0),(0,1,0)\rangle$ è $\sqrt{6}$.

2) Sia $f:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare. Allora vale sempre la relazione $\mathbb{R}^3=\ker f\oplus Imf$.

3) Una matrice quadrata invertibile può avere un autovalore uguale a 0.

Parte 2. Esercizi.

Esercizio 1.

a) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 1 equazione nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(1,4,3,2)+\langle(1,1,0,2),(0,0,1,0)\rangle$.

b) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 2 equazioni nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(1,4,3,2)+\langle(1,1,0,2),(0,0,1,0)\rangle$.

c) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 3 equazioni nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(1,4,3,2)+\langle(1,1,0,2),(0,0,1,0)\rangle$.

Esercizio 2. Si consideri $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3|x-y-z=0\}$.

1) Determinare una base ortonormale $B=\{u_1,u_2,u_3\}$ di $\mathbb{R}^3$ tale che $u_1,u_2\in V$.

2) Si consideri l'applicazione lineare $g:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ la cui matrice associata rispetto alla base B del punto 1) (stessa base B sia nel dominio che nel codominio) è $M=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&-1&0\\0&0&-2\end{pmatrix}$

   Calcolare $g(1,-1,-1)$.

Esercizio 3.

i) Determinare tutti gli endomorfismi f di $\mathbb{R}^3$ tali che f^2 sia l'applicazione identità di $\mathbb{R}^3$, $f(0,0,1)\in\langle(0,0,1)\rangle$ e $f(0,-1,1)=(0,1,1)$.

ii) Determinare un endomorfismo ψ che verifica le condizioni del punto i) e che sia diagonalizzabile.

(*continua*)

Esercizio 4. Nello spazio euclideo tridimensionale si consideri il piano

$$\pi : (1, 2, -1) + \langle (1, 1, 0), (1, -1, 0) \rangle$$

1) Determinare equazioni parametriche ed equazione cartesiana del piano π.

2) Determinare un piano σ che disti 3 dal piano π. Qual è la posizione reciproca dei piani π e σ?

3) Determinare una retta r che sia contenuta nel piano π e sia ortogonale alla retta s di equazioni

$$s : \begin{cases} x - 2y + 2z = 1 \\ 5x - y + z = 5 \end{cases}$$

4) Determinare, se possibile, una retta t che sia sghemba sia con r che con s.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.

CORSO DI MATEMATICA 2 - LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
Padova 23-09-08
II appello autunnale
TEMA n.4

Parte 1. Quesiti preliminari.
Stabilire se le seguenti affermazioni sono vere o false **giustificando brevemente** la risposta (risposta non giustificata = risposta non accettata).

1) La distanza fra i piani $(0,0,0)+\langle(2,1,0),(0,1,0)\rangle$ e $(1,1,1)+\langle(2,1,0),(0,1,0)\rangle$ è $\sqrt{3}$.

2) Sia $f:\mathbb{R}^2\longrightarrow\mathbb{R}^3$ un'applicazione lineare. L'immagine di f è un sottospazio di $\mathbb{R}^3$ di dimensione minore o uguale a 2.

3) Ogni matrice quadrata non invertibile ha un autovalore uguale a 0.

Parte 2. Esercizi.

Esercizio 1.

a) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 1 equazione nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(0,1,2,3)+\langle(1,1,2,1),(1,1,1,1)\rangle$.

b) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 2 equazioni nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(0,1,2,3)+\langle(1,1,2,1),(1,1,1,1)\rangle$.

c) Determinare, se possibile, un sistema lineare di 3 equazioni nelle 4 incognite x_1,x_2,x_3,x_4 che abbia come soluzioni $(0,1,2,3)+\langle(1,1,2,1),(1,1,1,1)\rangle$.

Esercizio 2. Si consideri $V=\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3|2x-y+z=0\}$.

1) Determinare una base ortonormale $B=\{u_1,u_2,u_3\}$ di $\mathbb{R}^3$ tale che $u_1,u_2\in V$.

2) Si consideri l'applicazione lineare $g:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ la cui matrice associata rispetto alla base B del punto 1) (stessa base B sia nel dominio che nel codominio) è $M=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&2\end{pmatrix}$

Calcolare $g(2,-1,1)$.

Esercizio 3.

i) Determinare tutti gli endomorfismi f di $\mathbb{R}^3$ tali che f^2 sia l'applicazione identità di $\mathbb{R}^3$, $f(1,0,0)\in\langle(1,0,0)\rangle$ e $f(1,0,1)=(1,0,-1)$.

ii) Determinare un endomorfismo ψ che verifica le condizioni del punto i) e che sia diagonalizzabile.

(*continua*)

Esercizio 4. Nello spazio euclideo tridimensionale si consideri il piano

$$\pi : (2, -1, 1) + \langle (1, 0, 1), (-1, 0, 1) \rangle$$

1) Determinare equazioni parametriche ed equazione cartesiana del piano π.

2) Determinare un piano σ che disti 4 dal piano π. Qual è la posizione reciproca dei piani π e σ?

3) Determinare una retta r che sia contenuta nel piano π e sia ortogonale alla retta s di equazioni

$$s : \begin{cases} 2x + y - 2z = 1 \\ x + 5y - z = 5 \end{cases}$$

4) Determinare, se possibile, una retta t che sia sghemba sia con r che con s.

N.B. Ogni risposta va opportunamente giustificata.