

# Introduzione alle Leggi di Conservazione Iperboliche

Prof. Fabio Ancona<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Università di Padova  
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata  
Email: [ancona@math.unipd.it](mailto:ancona@math.unipd.it)

**Calendario:** 16 ore di lezione, Torre Archimede, nei giorni:

10 marzo 2010 ore 15.30-17.30, Aula 2BC/60  
11 marzo 2010 ore 10.00-12.00, Aula 2BC/30  
24 marzo 2010 ore 14.30-16.30, Aula 2BC/30  
25 marzo 2010 ore 10.00-12.00, Aula 2BC/30  
31 marzo 2010 ore 14.00-18.00, Aula 2BC/30  
1 aprile 2010 ore 10.00-12.00, Aula 2BC/30  
7 aprile 2010 ore 14.30-16.30, Aula 2BC/30  
8 aprile 2010 ore 10.00-12.00, Aula 2BC/30

## **Prerequisiti:**

Conoscenze di base del calcolo in più variabili, delle teoria della misura e delle equazioni differenziali ordinarie.

## **Tipologia di esame:**

Al termine del corso ogni studente terrà un seminario su un argomento concordato assieme.

**SSD:** MAT/05

## **Programma del corso:**

Verranno forniti i concetti di base per la trattazione di una delle classi fondamentali di equazioni alle derivate parziali del primo ordine: le equazioni di evoluzione iperboliche in forma di legge di conservazione (in una singola variabile spaziale). Per tali equazioni, un cui primo esempio si può far risalire al modello introdotto da Eulero (1755) per descrivere la dinamica dei gas, l'esistenza di soluzioni globali (nel tempo) è stata per la prima volta ottenuta da Glimm nel 1965, mentre il problema dell'unicità e della dipendenza continua delle soluzioni dal dato iniziale è stato risolto solo recentemente da Bressan e collaboratori (1999-2000). Una difficoltà oggettiva che si incontra nello studio di queste equazioni fortemente non-lineari è dovuta essenzialmente alla perdita di regolarità delle soluzioni, che rende inapplicabili molte delle tecniche astratte dell'analisi funzionale. Ad esempio, la soluzione non si può rappresentare come punto fisso di una trasformazione continua, oppure in forma variazionale come punto critico di un opportuno funzionale. D'altra parte, principi di massimo, teoremi di confronto fra soluzioni, così come la teoria dei semigrupp di contrazione non-lineari, sono applicabili solo al caso di una singola legge di conservazione scalare. Per questi motivi, la teoria è progredita sviluppando metodi *ad hoc* che permettono di costruire ed analizzare specificatamente soluzioni di questo tipo di equazioni.

Il corso intende presentare i risultati fondamentali della teoria delle soluzioni deboli di sistemi di leggi di conservazione in una singola variabile spaziale, limitandosi quasi esclusivamente allo studio del problema di Cauchy