

Dinamica in sistemi Hamiltoniani

Prof. Massimiliano Guzzo¹

¹Università di Padova
Dipartimento di Matematica Pura ed Applicata
Email: guzzo@math.unipd.it

Calendario: 12 ore. Lunedì ed il Giovedì dalle ore 15.00 alle ore 17.00. Prima lezione Giovedì 12 maggio, 2011. Torre Archimede. La lezione di Lunedì 16 maggio non verrà svolta, e verrà recuperata Martedì 31 maggio dalle ore 15.00 alle ore 17.00.

Prerequisiti: sistemi hamiltoniani, trasformazioni canoniche.

Tipologia di esame: Discussione orale su un argomento proposto dal docente.

SSD: MAT/07 Fisica Matematica.

Obiettivi: Il corso si propone di descrivere problemi emersi negli ultimi decenni, ed ancora di grande attualità, dallo studio della dinamica dei sistemi Hamiltoniani quasi-integrabili. A partire dalla crisi dell'integrabilità in senso classico, ben stabilita dal teorema di Poincaré sulla non esistenza di integrali primi, si descrive il quadro dinamico che emerge dai celebri teoremi KAM e Nekhoroshev, il problema della cosiddetta diffusione di Arnold, ed il teorema di Aubry-Mather. Particolare rilevanza verrà data alla possibilità effettiva di evidenziare le conseguenze di tali risultati in esempi concreti, anche mediante l'indagine numerica. Negli ultimi decenni, questa possibilità ha influenzato in maniera decisiva lo sviluppo di studi basati sulla dinamica in diversi settori della fisica e dell'ingegneria.

Programma:

1. Esempi di sistemi dinamici elementari, coniugazione di sistemi dinamici, sezione di Poincaré.
2. Il teorema di Poincaré sulla non esistenza di integrali primi.
3. Risonanze in sistemi Hamiltoniani, considerazioni elementari.
4. I grandi teoremi della teoria Hamiltoniana delle perturbazioni: il teorema KAM ed il teorema di Nekhoroshev.
5. Struttura dello spazio delle fasi al variare del parametro perturbativo, indagine numerica, Arnold web.
6. Insiemi invarianti di Aubry-Mather in mappe simplettiche.
7. Esempi di dinamica non banale in sistemi Hamiltoniani: analisi e rappresentazione delle varietà stabili ed instabili.
8. L'esempio di Arnold sulla diffusione. Esempi numerici di diffusione nello spazio delle fasi.