Prima prova parziale d'esame di Metodi matematici e statistici

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

COMPITO **A**

12 Novembre 1998

Candidato: .... Matricola: ....

1) Abbiamo tre monete di colore diverso (blu, rosso e giallo) con le due facce numerate con 1 e 2. Organizziamo il seguente gioco: lanciamo le tre monete e vinciamo se almeno una delle due monete blu e rossa ha un punteggio maggiore di quella gialla. Detti $B_i = \{\text{la moneta blu dà i}\}$, $R_i = \{\text{la moneta rossa dà i}\}$, $G_i = \{\text{la moneta gialla dà i}\}$, con $i = 1, 2$, l'esito del gioco può essere chiaramente espresso come unione disgiunta degli 8 eventi $B_i \cap R_j \cap G_k$, per $i, j, k = 1, 2$.

a. Si calcoli $\mathrm{P}[B_i \cap R_j \cap G_k]$ per ogni $i, j, k = 1, 2$;

b. Definito $V = \{\text{vinciamo il gioco}\}$, si calcoli $\mathrm{P}[V]$;

c. Si calcolino:

$$\mathrm{P}[B_i|V] \quad , \quad \mathrm{P}[R_i|V] \quad , \quad \mathrm{P}[G_i|V] \quad \text{per ogni } i = 1, 2.$$

2) Gli 8 cavalieri della tavola rotonda, quando si riuniscono a Camelot, prendono posto in maniera casuale.

a. Qual'è la probabilità che re Artù e Lancillotto siano seduti vicino in una riunione?

b. Cambia tale probabilità se supponiamo che re Artù abbia sempre lo stesso posto al tavolo?

c. Detta p la probabilità calcolata al punto a, qual'è la probabilità che in 5 riunioni:

   re Artù e Lancillotto si siedano sempre vicino?

   re Artù e Lancillotto non si siedano mai vicino?

   re Artù e Lancillotto si siedano almeno una volta vicino?

3)

a. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad .$$

Se ne determinino gli autovalori e una base di autovettori ortonormali. Il vettore $v = (0, 5, 0)$ è autovettore di A?

b. Supponiamo che $A, B \in M(n \times n)$ abbiano un medesimo autovettore v relativo agli autovalori λ_A e λ_B, rispettivamente. Si provi che v è autovettore anche per le matrici $A + B$, $A - B$ e AB e si determinino gli autovalori corrispondenti.

4) Si sono misurate le seguenti coppie di valori (X^1, X^2), relative a 4 componenti della famiglia A e 4 componenti della famiglia B:

	X^1	X^2		X^1	X^2
x_1	1	2	x_5	1	4
x_2	1	1	x_6	3	2
x_3	3	3	x_7	-1	3
x_4	3	2	x_8	1	3

Si calcolino i baricentri $y_1 = (y_{11}, y_{12})$ e $y_2 = (y_{21}, y_{22})$ delle due famiglie e le matrici D e D^{-1}. Utilizzando la distanza di Mahalanobis, a quale famiglia avrebbe senso assegnare il punto $(1, 2)$ (che sappiamo appartenere alla prima famiglia)?