Seconda prova parziale d'esame di Metodi matematici e statistici

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

COMPITO **A**

10 Dicembre 1998

Candidato: .... Matricola: ....

1) Sia X una variabile aleatoria discreta di spettro $S = \{-2, -1, 0, 1, 3\}$ e funzione di probabilità :

$$\mathrm{P}[X = -2] = \mathrm{P}[X = 3] = \frac{1}{10} \quad , \quad \mathrm{P}[X = 0] = \mathrm{P}[X = -1] = \frac{3}{10} \quad , \quad \mathrm{P}[X = 1] = \frac{2}{10} \; .$$

Si calcoli

a. $\mathrm{P}[X \leq 0]$ e $\mathrm{P}[X \neq 0]$;

b. $\mathrm{E}[X]$ e $\mathrm{Var}[X]$;

c. $\mathrm{P}[X^2 + 1 \leq 2]$.

2) La pila di un walkman ha tempo di vita esponenziale di media $\mu = 2$ ore. Una volta scarica, essa viene sostituita istantaneamente con una nuova pila di uguali caratteristiche.

a. Detta $X_i \sim \mathrm{Exp}(\frac{1}{2})$ la variabile "tempo di vita" della pila i-esima, se ne determini la varianza e si calcoli $\mathrm{P}[X_i \leq 5 | X_i > 2]$;

b. Qual'è la probabilità che siano sufficienti 36 pile per far funzionare il walkman per 70 ore?

3)

a. Si determinino i massimi e minimi relativi e i punti di sella della funzione

$$f(x,y) \ = \ xy - x^2 + y^3$$

su $D = \mathbb{R}^2$;

b. La funzione f ammette massimo e minimo assoluti?

4) Si sono misurati i seguenti pesi (in chilogrammi) di studentesse iscritte a Biologia:

40	44	45	48
50	53	47	48
51	40	53	57
46	56	48	44

a. Supponendo di conoscere le varianza della popolazione e che essa sia $\sigma^2 = 25$, si determini un intervallo di confidenza di livello 0.01 per la media ignota;

b. Usando ora lo stimatore della varianza $S^2 = \dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$ e il Teorema di Cochran, si detremini un intervallo di confidenza di livello 0.01 per la media ignota.