Prova d'esame di Metodi matematici e statistici

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

19 Febbraio 1999

Candidato: ..... Matricola: .....

1) Si vuole determinare se gli utensili rinvenuti in due distinti siti archeologici abbiano o meno la medesima età. Con il metodo di datazione del carbonio 14, si ottengono le seguenti età (A.C.) per, rispettivamente, 7 reperti del sito A e 10 reperti del sito B:

A	2760	2740	2650	2735	2800	2770	2755			
B	2670	2650	2615	2430	2640	2635	2555	2490	2690	2740

È corretto affermare che i reperti hanno la medesima età?

2) In un gioco della tombola, i numeri dall'1 al 10 sono riconoscibili al tatto perche' più ruvidi. Supponiamo che chi estrae i numeri abbia la possibilità di toccarne 2 e tra questi scegliere quello da estrarre. Se tra i 2 numeri che tocca ve ne è almeno uno ruvido, sicuramente estrarrà uno tra questi. Si definisca X la variabile aleatoria che vale 1 se all'estrazione viene un numero minore o uguale a 10 e 0 altrimenti.

a. Si determini la funzione di probabilità della variabile aleatoria X (Sugg. $[X = 0] =$ [si toccano(=scelgono) 2 numeri dai 90 iniziali, entrambi non ruvidi]);

b. Quanto vale la funzione di probabilità di X nel caso in cui il gioco non sia "truccato", ovvero si estrae direttamente un numero e nessun numero è riconoscibile al tatto?

c. Supponiamo ora che, dopo la prima estrazione, se ne effettui una seconda (senza reinserimento) e sia Y la variabile che vale 1 se esce un numero minore o uguale a 10 e 0 altrimenti. Si calcoli $\mathrm{P}[Y = 0|X = 0]$ e $\mathrm{P}[Y = 0|X = 1]$.

3) Si determinino il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x, y) = x^3 + y^3 - 4$$

sulla curva γ di equazione $x^2 + y^2 = 1$.

4) Si vuole verificare se i giorni di assenza per malattia al mese degli impiegati di una azienda segua una legge di Poisson di parametro λ incognito. Si osservano i seguenti dati su 300 dipendenti:

Giorni di malattia	0	1	2	3	4
Impiegati	75	121	64	31	9

Si stimi il parametro incognito λ e si verifichi l'ipotesi che la densità segua una legge di Poisson.