

Prova d'esame di Metodi matematici e statistici

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

22 febbraio 2000

Candidato: Matricola:

1) Siano X ed Y due variabili aleatorie binomiali $Bi(2, 1/3)$ indipendenti. Si calcolino:

- a. $P[X + Y = 2]$;
- b. $P[X = Y]$;
- c. $P[X = 1|Y = 2]$;
- d. $E[X + Y]$ e $\text{Var}[X + Y]$.

2) Sia

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y}{1 + y^2} \quad .$$

Se ne determinino i massimi e i minimi relativi.

3) Si vuole verificare se il numero di pezzi mancanti in confezioni di puzzle di una data ditta segua una legge di Poisson di parametro λ , incognito ($X \sim Poiss(\lambda) \Leftrightarrow P[X = n] = e^{-\lambda} \frac{\lambda^n}{n!} \forall n \in \mathbb{N}$). Si osservano i seguenti dati su 500 scatole:

Pezzi mancanti	0	1	2	3
----------------	---	---	---	---

Scatole	364	112	23	1
---------	-----	-----	----	---

Si stimi il parametro incognito λ e si verifichi l'ipotesi che la densità segua una legge di Poisson.

4) Un ricercatore ottiene i seguenti dati:

x	15	30	45	60	75	90
---	----	----	----	----	----	----

Y	56	50	60	54	52	62
---	----	----	----	----	----	----

dove il predittore x rappresenta il tempo (in secondi) trascorso dall'inizio di una reazione chimica e la variabile Y la temperatura del composto.

a. Si stimino i parametri β_0, β_1 e σ^2 di un modello di regressione lineare:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + W \quad ;$$

b. Possiamo affermare che non c'è dipendenza tra il predittore x e la variabile dipendente Y ?

c. Si determini un intervallo di confidenza di livello 0.05 per il valore della variabile Y in corrispondenza del valore $z = 120$.