Prova d'esame di Metodi matematici e statistici

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

28 Gennaio 1999

Candidato: .... Matricola: ....

1)

a. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 2 \\ 2 & 2 & 10 \end{bmatrix} \quad .$$

Se ne determinino gli autovalori e una base di autovettori ortonormali.

b. Supponiamo che $B \in M(n \times n)$ sia invertibile e sia v un suo autovettore relativo all'autovalore $\lambda \neq 0$. Si provi che v è autovettore anche per la matrice B^{-1} e se ne determini l'autovalore corrispondente.

2) Viene fatta una ricerca per verificare se c'e' una correlazione tra l'obesità dei genitori e dei figli. Fissata una soglia di rapporto peso/altezza sopra la quale si definisce una persona obesa, si divide un campione di 1000 famiglie con un figlio unico tra i 10 e i 12 anni, in 3 gruppi (il primo delle famiglie con entrambi i genitori obesi, il secondo con solo un genitore obeso e il terzo con entrambi i genitori non obesi) e si ottengono i seguenti risultati:

Famiglia	Figlio obeso	Figlio non obeso
1	31	74
2	74	196
3	98	527

Quali conclusioni possiamo trarre? Qual'è, approssimativamente, il livello di significatività del test utilizzato?

3) Si determinino il massimo e il minimo relativi e assoluti della funzione

$$f(x,y) = \frac{xy}{x-2} + y - 4x$$

sul dominio $D = \{(x,y) \in I\!R^2 : 0 \leq x \leq \frac{3}{2}, -3 \leq y \leq 0\}$.

4) Su una ruota del gioco del lotto, in 100 estrazioni, 16 volte è stato estratto al primo colpo un numero tra 1 e 10.

a. Possiamo ritenere che la ruota non sia truccata?

b. Per analogia con altri casi, abbiamo il sospetto che 10 bussolotti, sui 90 contenuti nell'urna, siano distinguibili al tatto. Avremmo perciò che la probabilità che venga estratto alla prima estrazione uno di questi 10 bussolotti (che supporremo contengano i primi 10 numeri) potrà essere un valore p maggiore di $\frac{1}{9}$. Si calcoli lo stimatore di massima verosimiglianza del parametro p e se ne determini il valore alla luce delle nostre osservazioni.