Prima prova parziale d'esame di Metodi matematici e statistici

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

COMPITO **A**

19 Novembre 1999

Candidato: .... Matricola: ....

1) Abbiamo una scatola contenente 5 palline bianche e 3 palline rosse. Estraiamo una pallina: se è bianca la mettiamo da parte, se invece è rossa la reintroduciamo nella scatola. Estraiamo quindi 3 palline dalla scatola; si calcoli:

a. P [tra le 3 palline estratte in blocco, 2 siano bianche];

b. P[la prima pallina era bianca|nel blocco delle 3 palline 2 sono bianche].

2) Siano X una variabile binomiale di parametri $(3, p)$ e Y una variabile binomiale di parametri $(2, p)$, indipendenti. Si calcoli:

a. $\mathrm{P}[X + Y = 1]$;

b. $\mathrm{P}[X - Y = 0]$;

c. $\mathrm{P}[X - Y = 0 | X + Y = 0]$.

3)

a. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} .$$

Se ne determinino gli autovalori e una base di autovettori ortonormali.

b. Supponiamo che $B, C \in M(n \times n)$ siano invertibili e che abbiano un medesimo autovettore v relativo agli autovalori λ_B e λ_C, rispettivamente. Si provi che v è autovettore anche per la matrice $D = BC^{-1}B^2$ e se ne determini l'autovalore corrispondente.

4) Abbiamo le seguenti terne di valori (X^1, X^2, X^3), relative a 3 componenti della famiglia A e 2 componenti della famiglia B:

	X^1	X^2	X_3
x_1	2	-2	1
x_2	1	-1	0
x_3	3	3	2

	X^1	X^2	X_3
x_4	1	4	2
x_5	3	2	0

Si calcolino i baricentri $y_1 = (y_{11}, y_{12}, y_{13})$ e $y_2 = (y_{21}, y_{22}, y_{23})$ delle due famiglie e le matrici D e D^{-1}. Utilizzando la distanza di Mahalanobis, a quale famiglia avrebbe senso assegnare il punto $(1, -1, 0)$ (che sappiamo appartenere alla seconda famiglia)?