Prima prova parziale d'esame di Metodi matematici e statistici

Corso di Laurea in Scienze Biologiche

COMPITO **B**

19 Novembre 1999

Candidato: ................................................... Matricola: ............

1) Siano $X$ una variabile binomiale di parametri $(2, p)$ e $Y$ una variabile binomiale di parametri $(3, p)$, indipendenti. Si calcoli:

a. $\mathrm{P}[X + Y = 1]$;

b. $\mathrm{P}[X - Y = 0]$;

c. $\mathrm{P}[X - Y = 0 | X + Y = 0]$.

2) Abbiamo una scatola contenente 5 palline rosse e 3 palline blu. Estraiamo una pallina: se è rossa la mettiamo da parte, se invece è blu la reintroduciamo nella scatola. Estraiamo quindi 3 palline dalla scatola; si calcoli:

a. P [tra le 3 palline estratte in blocco, 2 siano rosse];

b. P[la prima pallina era rossa|nel blocco delle 3 palline 2 sono rosse].

3) Abbiamo le seguenti terne di valori $(X^1, X^2, X^3)$, relative a 3 componenti della famiglia A e 2 componenti della famiglia B:

| | $X^1$ | $X^2$ | $X_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | 2 | $-2$ | 1 |
| $x_2$ | 1 | $-1$ | 0 |
| $x_3$ | 3 | 3 | 2 |

| | $X^1$ | $X^2$ | $X_3$ |
|---|---|---|---|
| $x_4$ | 1 | 4 | 2 |
| $x_5$ | 3 | 2 | 0 |

Si calcolino i baricentri $y_1 = (y_{11}, y_{12}, y_{13})$ e $y_2 = (y_{21}, y_{22}, y_{23})$ delle due famiglie e le matrici $D$ e $D^{-1}$. Utilizzando la distanza di Mahalanobis, a quale famiglia avrebbe senso assegnare il punto $(1, -1, 0)$ (che sappiamo appartenere alla seconda famiglia)?

4)

a. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 5 \end{bmatrix} .$$

Se ne determinino gli autovalori e una base di autovettori ortonormali.

b. Supponiamo che $B, C \in M(n \times n)$ siano invertibili e che abbiano un medesimo autovettore $v$ relativo agli autovalori $\lambda_B$ e $\lambda_C$, rispettivamente. Si provi che $v$ è autovettore anche per la matrice $D = CB^{-1}C^2$ e se ne determini l'autovalore corrispondente.