

COGNOME:

NOME:

Matr.

# FONDAMENTI di ANALISI MATEMATICA 1

## III appello - 11 luglio 2012

Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio - Luca Rossi

**1.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(12e^{-x} + e^x - 7).$$

Se ne determinino: dominio, insieme di continuità, eventuali asintoti e prolungabilità per continuità, insieme di derivabilità, estremi relativi e assoluti, eventuali massimi, minimi, punti angolosi e cuspidi, limiti di  $f'$  ove rilevanti.

Se ne tracci un grafico qualitativo.

**2.** Calcolare estremi inferiore e superiore ed eventuali minimo e massimo dei seguenti insiemi

$$A = \left\{ \frac{1}{|n - \frac{25}{4}|} : n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \{ \sqrt{2n^2 + 31} - n : n \in \mathbb{N} \}.$$

**3.** Determinare, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

(i)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n^{3\alpha} + 2} \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right);$$

(ii) il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \sqrt{n^{3\alpha} + 2} \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \right).$$

**4.** Sia  $f$  una funzione continua in  $[0, 2]$ . Dimostrare o falsificare con un controesempio la proprietà

$$\exists c \in (0, 2) \quad \text{tale che} \quad \int_0^c f(x) dx = 0$$

in ciascuno dei seguenti casi:

a)  $\int_0^1 f(x) dx < 0, \quad f(2) > 0;$

b)  $\int_0^1 f(x) dx < 0, \quad \int_0^2 f(x) dx > 0;$

c)  $f(0) < 0, \quad f(2) > 0;$

d)  $f(0) < 0, \quad \int_0^2 f(x) dx > 0.$

COGNOME:

NOME:

Matr.

# FONDAMENTI di ANALISI MATEMATICA 1

## III appello - 11 luglio 2012

### Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio - Luca Rossi

**1.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(e^{2x} - 7e^x + 10) - 2.$$

Se ne determinino: dominio, insieme di continuità, eventuali asintoti e prolungabilità per continuità, insieme di derivabilità, estremi relativi e assoluti, eventuali massimi, minimi, punti angolosi e cuspidi, limiti di  $f'$  ove rilevanti.

Se ne tracci un grafico qualitativo.

**2.** Calcolare estremi inferiore e superiore ed eventuali minimo e massimo dei seguenti insiemi:

$$A = \left\{ \ln \left( \left| \frac{4}{3} - n \right| \right) : n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \{ \sqrt{5n^2 + 19} - 2n : n \in \mathbb{N} \}.$$

**3.** Determinare, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

(i)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \sin \left( \frac{1}{n} \right) + \frac{2}{n^2} \right) \sqrt{1 + n^{5\alpha}};$$

(ii) il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \left( \sin \left( \frac{1}{n} \right) + \frac{2}{n^2} \right) \sqrt{1 + n^{5\alpha}} - 1 \right).$$

**4.** Sia  $f$  una funzione continua in  $[0, 1]$ . Dimostrare o falsificare con un controesempio la proprietà

$$\exists c \in (0, 1) \quad \text{tale che} \quad \int_0^c f(x) dx = 0$$

in ciascuno dei seguenti casi:

- a)  $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx < 0, \quad \int_0^1 f(x) dx > 0;$       b)  $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx < 0, \quad f(1) > 0;$   
 c)  $f(0) < 0, \quad f(1) > 0;$       d)  $f(0) < 0, \quad \int_0^1 f(x) dx > 0.$

COGNOME:

NOME:

Matr.

# FONDAMENTI di ANALISI MATEMATICA 1

## III appello - 11 luglio 2012

Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio - Luca Rossi

**1.** Si consideri la funzione

$$f(x) = \ln(e^x - 5 + 6e^{-x}).$$

Se ne determinino: dominio, insieme di continuità, eventuali asintoti e prolungabilità per continuità, insieme di derivabilità, estremi relativi e assoluti, eventuali massimi, minimi, punti angolosi e cuspidi, limiti di  $f'$  ove rilevanti.

Se ne tracci un grafico qualitativo.

**2.** Calcolare estremi inferiore e superiore ed eventuali minimo e massimo dei seguenti insiemi

$$A = \left\{ \frac{1}{|n - \frac{23}{3}|} : n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \{n - \sqrt{2n^2 + 31} : n \in \mathbb{N}\}.$$

**3.** Determinare, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

(i)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{3 + n^{8\alpha}} \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right);$$

(ii) il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( 1 - \sqrt{3 + n^{8\alpha}} \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right) \right).$$

**4.** Sia  $f$  una funzione continua in  $[0, 2]$ . Dimostrare o falsificare con un controesempio la proprietà

$$\exists c \in (0, 2) \quad \text{tale che} \quad \int_0^c f(x) dx = 0$$

in ciascuno dei seguenti casi:

- a)  $\int_0^1 f(x) dx < 0, \quad \int_0^2 f(x) dx > 0;$       b)  $\int_0^1 f(x) dx < 0, \quad f(2) > 0;$   
 c)  $f(0) < 0, \quad f(2) > 0;$       d)  $f(0) < 0, \quad \int_0^2 f(x) dx > 0.$

COGNOME:

NOME:

Matr.

# FONDAMENTI di ANALISI MATEMATICA 1

## III appello - 11 luglio 2012

Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio - Luca Rossi

**1.** Si consideri la funzione

$$f(x) = 1 - \ln(8 - 6e^x + e^{2x}).$$

Se ne determinino: dominio, insieme di continuità, eventuali asintoti e prolungabilità per continuità, insieme di derivabilità, estremi relativi e assoluti, eventuali massimi, minimi, punti angolosi e cuspidi, limiti di  $f'$  ove rilevanti.

Se ne tracci un grafico qualitativo.

**2.** Calcolare estremi inferiore e superiore ed eventuali minimo e massimo dei seguenti insiemi

$$A = \left\{ \ln \left( \left| n - \frac{5}{3} \right| \right) : n \in \mathbb{N} \right\}, \quad B = \{ 2n - \sqrt{5n^2 + 19} : n \in \mathbb{N} \}.$$

**3.** Determinare, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ ,

(i)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{1 + n^{6\alpha}} (n^{-2} + \sin(n^{-1}));$$

(ii) il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left( \sqrt{1 + n^{6\alpha}} (n^{-2} + \sin(n^{-1})) - 1 \right).$$

**4.** Sia  $f$  una funzione continua in  $[0, 1]$ . Dimostrare o falsificare con un controesempio la proprietà

$$\exists c \in (0, 1) \quad \text{tale che} \quad \int_0^c f(x) dx = 0$$

in ciascuno dei seguenti casi:

a)  $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx < 0, \quad f(1) > 0;$

b)  $\int_0^{\frac{1}{2}} f(x) dx < 0, \quad \int_0^1 f(x) dx > 0;$

c)  $f(0) < 0, \quad f(1) > 0;$

d)  $f(0) < 0, \quad \int_0^1 f(x) dx > 0.$