I Appello + II compitino 19 giugno 2009

nome: cognome:

I Appello: II compitino:

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- Non si contano le brutte copie.

- Specificate la logica in cui fate le derivazioni.
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdete punti!) cor1ap09.ps

- Mostrare se i sequenti di seguito sono derivabili o meno in LI e LC:

4 punti

$A \vee D \vdash (D \rightarrow A)\& D$

$$\begin{cases} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LI} & \text{poichè ....} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LC} & \text{poichè ....} \end{cases}$$

4 punti

$\vdash \neg D \vee (D \vee \perp)$

$$\begin{cases} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LI} & \text{poichè ....} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LC} & \text{poichè ....} \end{cases}$$

5 punti (II compitino)

$\exists x(B(x) \rightarrow C(x)) \vdash \forall x\, B(x) \ \rightarrow\ \exists y\, C(y)$

$$\begin{cases} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LI} & \text{poichè ....} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LC} & \text{poichè ....} \end{cases}$$

(8 punti)

(II compitino)

$$\vdash \forall x\ \forall y\ (\, x = y \rightarrow x \neq y\,) \quad \begin{cases} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LI} & \text{poichè ....} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LC} & \text{poichè ....} \end{cases}$$

(II compitino)

$$\vdash \exists x\ \exists y\ \exists z\ (\, x = y \rightarrow y = z\,) \quad \begin{cases} \text{si' in LI} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LI} & \text{poichè ....} \\ \text{si' in LC} & \text{poichè si deriva cosi' ....} \\ \text{no in LC} & \text{poichè ....} \end{cases}$$

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi inoltre la loro correttezza sia in logica intuizionista LI che classica LC facendo riferimento ai calcoli per LI e LC che trovate in allegato:

  - (7 punti) (II compitino)

    $$\frac{\text{Non si dà il caso che non esista input su cui il programma si ferma.}}{\text{Il programma si ferma su qualche input.}}$$

    si consiglia di usare:
    F(x)= il programma si ferma sull'input x

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

- (5 punti) (II compitino)

  $$\frac{\begin{array}{l}\text{Ho invitato soltanto amici alla festa.}\\ \text{Il mio vicino di casa non è un mio amico.}\end{array}}{\text{Il mio vicino di casa non è invitato alla festa.}}$$

  si consiglia di usare:
  I(x)=x è invitato alla festa
  A(x)=x è un mio amico
  v=vicino di casa

corretto in LI	sì	no
corretto in LC	sì	no

- (5 punti)

  Formalizzare la seguente argomentazione in sequente e derivare quest'ultimo in LI:

  $$\frac{\begin{array}{l}\text{L'auto di Filippo è una Mercedes.}\\ \text{L'auto di Carla è uguale a quella di Filippo.}\end{array}}{\text{L'auto di Carla è una Mercedes.}}$$

si consiglia di usare:
M(x)=x è una Mercedes
c=auto di Carla
f=auto di Filippo

- (punti 22) (II compitino) Derivare nell'aritmetica di Heyting HA= LI + comp$_{sx}$ + comp$_{dx}$:
  - $\vdash 0 = 0 + 0$
  - $\vdash \forall x\ (\ s(x) = s(2) \to x = 2\ )$
  - $\vdash 0 \cdot 0 = 0 + 0$
  - $\vdash \forall x\ (\ x = 0 \to s(x) = s(0)\ )$
  - $\vdash 2 + 1 = 3$
  - $\vdash 0 \cdot 2 = 0$
- (punti 25) (II compitino) Siano T^i_{vot} e T^c_{vot} le teorie ottenute rispettivamente estendendo LI e LC con composizioni dx e sx con la formalizzazione dei seguenti assiomi:
  -
  - Ax1 Filippo non è andato a votare.
  - Ax2. Carla non è andata a votare se e solo se ci è andato Filippo.
  - Ax3. Se uno ha espresso un voto valido allora è andato a votare.
  - Ax4. Marco ha espresso un voto valido.
  - Ax5. Marco ha votato un partito che difende gli interessi dell'intera società.
  - Ax 6. Il "partito ideale" è l'unico partito che difende gli interessi dell'intera società.
  - Ax 7. Ogni partito che difende solo gli interessi del più potente di turno non è un partito che difende gli interessi dell'intera società.

  si consiglia di usare:
  $E(x)$= x è andato a votare
  $V(x)$= x ha espresso un voto valido
  $P(x, y)$=x ha votato il partito y
  $I(x, y)$=x è un partito che difende gli interessi di y
  i="il partito ideale"
  f=Filippo
  c=Carla
  m=Marco
  p=il più potente di turno
  s="intera società",

  Derivare nella teoria indicata:
  - 8. Carla è andata a votare. (in T^c_{vot})
  - 9. Qualcuno non è andato a votare. (in T^i_{vot})
  - 10. Marco è andato a votare. (in T^i_{vot})
  - 11. Marco ha votato il "partito ideale". (in T^i_{vot})
  - 12. Il "partito ideale" non difende solo gli interessi del più potente di turno. (in T^i_{vot})
- - (**II comp**) (3 punti) Dare la definizione induttiva dell'insieme delle derivazioni di $L^{\to,\perp}$ con connettivo $\to$ e il falso $\perp$ di LI. Enunciare il loro principio di induzione.

- (**II comp**) (4 punti)
  Dimostrare per induzione sulle derivazioni di $L^{\rightarrow,\perp}$ che
  "se $\Gamma \vdash \Delta$ è derivabile in $L^{\rightarrow,\perp}$ allora Γ oppure Δ contiene almeno una formula"
- (**II comp**) (4 punti) In $L^{\rightarrow,\perp}$ si può dimostrare che
  -

    "se $\Gamma \vdash \Delta$ è derivabile in $L^{\rightarrow,\perp}$ allora Γ contiene almeno una formula"
    ?
    "se $\Gamma \vdash \Delta$ è derivabile in $L^{\rightarrow,\perp}$ allora Δ contiene almeno una formula"
    ?

  Motivare le risposte.

- Risolvere la seguente equazione definitoria (9 punti):

$$\Gamma \vdash A \circ B \circ C \qquad \text{sse} \qquad \Gamma \vdash A, B \qquad e \qquad \Gamma \vdash C$$

- L' equazione sopra è risolvibile in LC con composizioni a destra e a sinistra senza aggiunta di un nuovo connettivo ? (ovvero l'esercizio consiste nel dire se $A \circ B \circ C$ è definibile in LC con composizioni e in caso positivo occorre mostrare che la definizione considerata di $A \circ B \circ C$ soddisfa in LC con composizioni l'equazione sopra. (9 punti)