

## pre I-Compitino 30 maggio 2011

- Scrivete in modo CHIARO. Elaborati illegibili non saranno considerati.
- NON si contano le BRUTTE copie.
- Ricordatevi di ESPLICITARE l'uso della regola dello scambio sia a destra che a sinistra del sequente.
- Ricordatevi di LABELLARE LE DERIVAZIONI CON LE REGOLE USATE (se non lo fate perdetevi punti!)
- Specificate le regole derivate che usate e che non sono menzionate nel foglio allegato al compito.
- Mostrare se i sequenti di seguito sono validi (o soltanto soddisfacibili o nessuna delle due) in logica classica (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso)

2 punti

$$(A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C) \vdash A \vee B \rightarrow C \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

2 punti

$$(A \rightarrow B \& \neg A) \rightarrow C \vee B \vdash (A \rightarrow \perp) \leftrightarrow A \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

3 punti

$$\exists x B(x) \vdash \forall x (A(x) \vee \neg A(x)) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

3 punti

$$\vdash \exists x (A(x) \& \perp) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

3 punti

$$\vdash \exists x \neg \neg A(x) \rightarrow \neg \forall x \neg A(x) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{valido in LC} & \text{poichè ....} \\ \text{non valido in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{soddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \\ \text{insoddisfacibile in LC} & \text{poichè .....} \end{array} \right.$$

3 punti

$\vdash \exists x \neg\neg A(x) \rightarrow \forall x \neg\neg A(x)$	{	valido in LC	poichè ....
		non valido in LC	poichè .....
		soddisfacibile in LC	poichè .....
		insoddisfacibile in LC	poichè .....

3 punti

$\vdash \neg\exists x \neg A(x) \rightarrow \forall x \neg A(x)$	{	valido in LC	poichè ....
		non valido in LC	poichè .....
		soddisfacibile in LC	poichè .....
		insoddisfacibile in LC	poichè .....

3 punti

$\vdash \exists x (A(x) \& \perp) \rightarrow \forall x (A(x) \vee C(x))$	{	valido in LC	poichè ....
		non valido in LC	poichè .....
		soddisfacibile in LC	poichè .....
		insoddisfacibile in LC	poichè .....

3 punti

$\vdash \neg(\exists x (A(x) \& \perp) \rightarrow \forall x (A(x) \vee C(x)))$	{	valido in LC	poichè ....
		non valido in LC	poichè .....
		soddisfacibile in LC	poichè .....
		insoddisfacibile in LC	poichè .....

- Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Si provi se il sequente ottenuto è valido e soddisfacibile o meno rispetto alla semantica della logica classica motivando la risposta (nel caso di non validità i punti vanno aumentati della metà arrotondata per eccesso):

– 4 punti

Se sono in treno e chiacchero non mi annoio.

Se sono in treno, solo se mi annoio chiacchero.

---

Non si dà il caso che se sono in treno mi annoi e chiaccheri.

si consiglia di usare:

T=sono in treno

S=mi annoio

C=chiacchero

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 5 punti

Soltanto i programmi corretti ed eseguibili da tutti sono utili.

Fac è un programma che non è eseguibile da tutti.

Fac è un programma che non è utile.

si consiglia di usare:

$P(x)$  =  $x$  è un programma

$U(x)$  =  $x$  è utile

$C(x)$  =  $x$  è corretto

$E(x,y)$  =  $x$  è eseguibile da  $y$

$f$  = Fac

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 5 punti

Qualche programma eseguibile da tutti è inutile.

Tutti i programmi sono utili, o eseguibili da tutti, oppure inutili.

si consiglia di usare: come sopra

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 5 punti

Qualche programma eseguibile da tutti è inutile.

Tutti i programmi sono utili ed eseguibili da tutti oppure inutili.

si consiglia di usare: come sopra

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 5 punti

Soltanto i programmi corretti ed eseguibili da tutti sono utili.

Fac è un programma che non è utile ma corretto.

Fac è un programma che non è eseguibile da tutti.

si consiglia di usare: come sopra

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 5 punti

Non di dà il caso che qualcuno sia più sapiente di Socrate

Se qualcuno è più sapiente di Socrate allora lo sono tutti.

si consiglia di usare:  
 $S(x,y)$  = x è più sapiente di y  
s=Socrate

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 5 punti

Chi dorme bene vive bene.  
Chi vive bene è felice

---

Chi dorme bene è felice.

si consiglia di usare:  
 $D(x)$  = x dorme bene  
 $V(x)$  = x vive bene  
 $F(x)$  = x è felice

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 5 punti

Quelli intelligenti e onesti sanno di non sapere.

---

Quelli non onesti non sono intelligenti e non sanno di non sapere.

si consiglia di usare:  
 $M(x)$  = x è intelligente  
 $G(x)$  = x è onesto  
 $A(x)$  = x sa di non sapere

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 6 punti

Se ciascun uomo ha coscienza di rispettare il diritto allora ogni legge è superflua.  
Se gli uomini non hanno coscienza di rispettare il diritto allora ogni legge è inefficace.

---

Ogni legge è superflua o inefficace.

si consiglia di usare:  
 $U(x)$  = x è uomo  
 $D(x)$  = x ha coscienza di rispettare il diritto  
 $L(x)$  = x è legge  
 $E(x)$  = x è efficace  
 $S(x)$  = x è superfluo

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 6 punti

Qualsiasi sia il segreto che Platone ha rivelato ad Aristotele  
questo non è stato rivelato da nessuno a tutti.

---

Esiste un segreto che nessuno ha rivelato a nessun'altro.

si consiglia di usare:

p=Platone

R(y,x, z)= y ha rivelato il segreto x a z

a= Aristotele

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

– 7 punti

“Non esiste nulla che se è onnipotente e immortale allora tutti sono immortali”

si consiglia di usare:

O(x)=x è onnipotente

I(x)= x è immortale

valido in LC	poichè ....
non valido in LC	poichè .....
soddisfacibile in LC	poichè .....
insoddisfacibile in LC	poichè .....

- Stabilire quali delle seguenti regole sono valide e lo stesso per le loro inverse (l'analisi dell'inversa raddoppia i punti).

- (7 punti)

$$\frac{\Gamma \vdash A(x) \vee \perp, \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} 1$$

- (3 punti)

$$\frac{\Gamma \vdash \Delta}{\Gamma, \perp, C \vdash \Delta} 2$$

- (5 punti)

$$\frac{\Gamma \vdash A(c), A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} 3$$

## Logica classica- LC

$$\begin{array}{c}
\text{ax-id} \\
\Gamma, A, \Gamma' \vdash \Delta, A, \Delta' \\
\frac{\Sigma, \Gamma, \Theta, \Gamma', \Delta \vdash \Sigma}{\Sigma, \Gamma', \Theta, \Gamma, \Delta \vdash \Sigma} \text{sc}_{sx}
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\text{ax-}\perp \\
\Gamma, \perp, \Gamma' \vdash \nabla \\
\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Theta, \Delta', \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta', \Theta, \Delta, \nabla} \text{sc}_{dx}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\Gamma, A, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&S \\
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \vee B \vdash \Delta} \vee-S \\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma, \neg A \vdash \Delta} \neg-S \\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \rightarrow B \vdash \Delta} \rightarrow-S \\
\frac{\Gamma, \forall x A(x), A(t) \vdash \nabla}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \nabla} \forall-S \\
\frac{\Gamma, A(w) \vdash \nabla}{\Gamma, \exists x A(x) \vdash \nabla} \exists-S \quad (w \notin VL(\Gamma, \exists x A(x), \nabla))
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta \quad \Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \& B, \Delta} \&-D \\
\frac{\Gamma \vdash A, B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee D \\
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma \vdash \neg A, \Delta} \neg-D \\
\frac{\Gamma, A \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \rightarrow B, \Delta} \rightarrow-D \\
\frac{\Gamma \vdash A(w), \nabla}{\Gamma \vdash \forall x A(x), \nabla} \forall-D \quad (w \notin VL(\Gamma, \forall x A(x), \nabla)) \\
\frac{\Gamma \vdash A(t), \exists x A(x), \nabla}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \nabla} \exists-D
\end{array}$$

### Regole derivate o ammissibili in LC

$$\begin{array}{c}
\frac{}{\Gamma, A, \Gamma', \neg A, \Gamma'' \vdash C} \neg\text{-ax}_{sx1} \\
\frac{}{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma', \neg A, \Sigma''} \neg\text{-ax}_{dx1} \\
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, \neg\neg A \vdash \Delta} \neg\neg-S \\
\frac{\Gamma, \Gamma''' \vdash \Sigma}{\Gamma, \Gamma', \Gamma''' \vdash \Sigma} \text{in}_{sx} \\
\frac{\Sigma, \Gamma, \Gamma, \Delta \vdash A}{\Sigma, \Gamma, \Delta \vdash A} \text{cn}_{sx} \\
\frac{\Gamma, A \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&-re_1 \\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee-re_1 \\
\frac{\Gamma, A(t) \vdash \Delta}{\Gamma, \forall x A(x) \vdash \Delta} \forall-re \\
\frac{\Gamma' \vdash A \quad \Gamma, A, \Gamma'' \vdash \nabla}{\Gamma, \Gamma', \Gamma'' \vdash \nabla} \text{comp}_{sx}
\end{array}
\quad
\begin{array}{c}
\frac{}{\Gamma, \neg A, \Gamma', A, \Gamma'' \vdash C} \neg\text{-ax}_{sx2} \\
\frac{}{\Gamma \vdash \Sigma, \neg A, \Sigma', A, \Sigma''} \neg\text{-ax}_{dx2} \\
\frac{\Gamma \vdash A, \Delta}{\Gamma \vdash \neg\neg A, \Delta} \neg\neg-D \\
\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma''}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \text{in}_{dx} \\
\frac{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \Delta, \nabla}{\Gamma \vdash \Sigma, \Delta, \nabla} \text{cn}_{dx} \\
\frac{\Gamma, B \vdash \Delta}{\Gamma, A \& B \vdash \Delta} \&-re_2 \\
\frac{\Gamma \vdash B, \Delta}{\Gamma \vdash A \vee B, \Delta} \vee-re_2 \\
\frac{\Gamma \vdash A(t), \Delta}{\Gamma \vdash \exists x A(x), \Delta} \exists-re \\
\frac{\Gamma \vdash \Sigma, A, \Sigma'' \quad A \vdash \Sigma'}{\Gamma \vdash \Sigma, \Sigma', \Sigma''} \text{comp}_{dx}
\end{array}$$