

Esercizi in preparazione della Prova Parziale

1. Esercizi in deduzione naturale:

(a) Derivare in $\text{DNC}_=$

$$\vdash \neg\neg\exists x A(x) \leftrightarrow \exists x A(x)$$

(b) Derivare in $\text{DNI}_=$

$$\vdash \exists x (A(x) \& B(x)) \rightarrow \exists x A(x) \& \exists x B(x)$$

(c) Derivare in $\text{DNI}_=$

$$\vdash \exists x (A(x) \vee B(x)) \leftrightarrow \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$$

(d) Derivare in $\text{DNI}_=$

$$\vdash \forall x A(x) \vee \forall x B(x) \rightarrow \forall x (A(x) \vee B(x))$$

(e) Derivare in $\text{DNI}_=$

$$\vdash \forall x (A(x) \& B(x)) \leftrightarrow \forall x A(x) \& \forall x B(x)$$

(f) Derivare in $\text{DNI}_=$

$$\vdash \exists x A(x) \rightarrow \neg\forall x \neg A(x)$$

(g) Derivare in $\text{DNC}_=$

$$\vdash \neg\forall x \neg A(x) \leftrightarrow \exists x A(x)$$

2. Esercizi in deduzione naturale e calcoli alla Gentzen

Provare a stabilire se i sequenti che seguono sono tautologie o opinioni o paradossi sia in logica intuizionista che in logica classica assumendo che i calcoli $\text{DNI}_=$ e $\text{LI}_=$ dimostrano le stesse tautologie e così pure $\text{DNC}_=$ e $\text{LC}_=$:

Consiglio:

Se non si riesce a derivare i sequenti sotto in deduzione naturale si consiglia di derivarli dapprima in $\text{LI}_=$

e semmai in $\text{LC}_=$

e poi ci si lascia ispirare da queste derivazioni per trovare le derivazioni in $\text{DNI}_=$ e in $\text{DNC}_=$

(a)

$$\vdash \neg\neg A \rightarrow A$$

(b)

$$\vdash \exists x A(x)$$

(c)

$$\vdash \forall x A(x)$$

(d)

$$\vdash \neg\neg(A\&B) \leftrightarrow \neg\neg A\&\neg\neg B$$

(e)

$$\vdash \neg\neg(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg\neg A \rightarrow \neg\neg B)$$

(f)

$$\vdash \neg\neg\forall x A(x) \leftrightarrow \forall x \neg\neg A(x)$$

(g)

$$a \neq b \vdash \neg\neg \forall x \exists y x \neq y$$

(h)

$$\neg\neg((\neg A \vee \neg D \rightarrow \neg(A \& D)) \vee A) \vdash$$

(i)

$$\neg((A \rightarrow (M \rightarrow B)) \rightarrow \neg(B \& M)) \vdash \neg(A \vee \perp)$$

3. Formalizzare in sequente le argomentazioni di seguito. Poi si provi se il sequente ottenuto è tautologia, opinione o paradosso sia in logica classica che intuizionista assumendo che i calcoli **DNI**₌ e **LI**₌ dimostrano le stesse tautologie e così pure **DNC**₌ e **LC**₌:

- (a) $\frac{\text{Non si dà il caso che se l'edificio è antisismico allora non sia isolato termicamente.}}{\text{L'edificio non è antisismico ed è a rischio di crollo, se è isolato termicamente.}}$

si consiglia di usare:

A = l'edificio è antisismico

I = l'edificio è isolato termicamente

C = l'edificio è a rischio di crollo

Solo se piove non nevicata.

- (b) $\frac{\text{Non si dà il caso che nè piova e nè ci sia vento secco e nè nevichi.}}{\text{Non si dà il caso che piova se c'è vento secco.}}$

si consiglia di usare:

P = piove

V = c'è vento secco

N = nevicata