

**prima prova parziale Geometria 2 parte A - 24 novembre 2017**

**Vanno consegnati:** questo testo e al più due fogli protocollo con lo svolgimento (leggibile e ben giustificato) degli esercizi.

**Riportare i seguenti dati anche sui fogli protocollo con lo svolgimento:**

**Cognome:** \_\_\_\_\_ **Nome:** \_\_\_\_\_

**Matricola:** \_\_\_\_\_

**Testo del compito:**

**Esercizio 1.** Si consideri la forma bilineare  $g$  di  $V = \mathbb{R}^4$  di matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

nella base canonica.

- (a) Scrivere la forma quadratica  $Q(X_0, X_1, X_2, X_3)$  associata alla forma  $g$ , trovarne una base ortogonale e determinare la segnatura di  $g$ .
- (b) Trovare una base di vettori isotropi contenente i due vettori isotropi della base canonica, e scrivere la matrice di  $g$  in tale base.
- (c) Descrivere tutte le (matrici delle) isometrie per  $g$  che hanno come autovettori i primi due vettori della base canonica.

**Esercizio 2.** Si considerino in un piano proiettivo tre triangoli prospettivi  $\Delta_i$ , di vertici  $A_i, B_i, C_i$ , per  $i = 1, 2, 3$  (lati  $a_i, b_i, c_i$  come usuale) con punto di prospettiva comune  $O$ . Siano  $r_{ij}$  le rette di omologia di  $\Delta_i$  e  $\Delta_j$  (per  $i \neq j$ ).

- (a) Mostrare che le rette  $r_{12}$  ed  $r_{13}$  coincidono se e solo se

$$(O \ A_1 \ A_2 \ A_3) = (O \ B_1 \ B_2 \ B_3) = (O \ C_1 \ C_2 \ C_3)$$

e in tal caso coincidono con la retta  $r_{23}$ .

- (b) In generale, mostrare che le tre rette  $r_{ij}$  appartengono ad un fascio. Che cosa si può dire, di più, se vale solo una delle uguaglianze del punto precedente?
- (c) Dualizzare la costruzione e gli enunciati precedenti.