G2A-256-09

Andrea Gentile

Funzioni e rette caratteristiche

Richiami: l'esistenza di rette in comune tra $\mathcal{P}^1(\mathbb{R})$ fanno vari tipi proiettivi di classe $\mathcal{E}$:
- tipi caotici di "non punti di $\mathbb{R}^1$"

Quindi problemone algebrico: Esistono rette caratteristiche comuni tra $\mathcal{P}^1$ e $\mathcal{E}^1$?

Se le classi che dicevamo:
- Esistono, ed insieme $\Lambda = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{pmatrix}$
- Si dispone che $\begin{pmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{P}(\mathbb{R}^2)$
  - Se, in questo caso, $\begin{pmatrix} \Lambda & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ha una rappresentazione del 3^o grado $C(\det(\Lambda) = C)$

a): La classe che dicevamo "esistono" non vuol dire niente (la retta $y=x$) devono esistere più classi:
$\begin{cases} X'AX \\ X_2 > 0 \end{cases}$ la forma bilineare simmetrica $A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$

Se $a_{00}, a_{11} > 0$ (1)

Sempre presa C punti nel $\mathcal{P}^1(\mathbb{R})$ che soddisfano $\begin{vmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{vmatrix} > 0$

Ciò dice C punti su $\mathcal{P}^1$ di una parabola di matrice $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & b & c \end{pmatrix}$

Definisce proprio classica di $\mathcal{P}^1$!
Si vede se ci sono, ci vuole $\begin{cases} \Delta > 0 \\ a > 0 \end{cases}$

b: Vale proprio stesso che fanno in comune fatte la circonferenza?
Che punti hanno con $\mathcal{P}^1$ dobbiamo esercitare?

Richiami: Ricordiamo le date coniche nel piano proiettivo reale:
- 4 punti distinti: $A+B+C+D$
- 3 punti: A doppio
- 2 punti, ambedue doppi
- 2 punti, A doppio
- 1 punto quadruplo

Ipotesi per un'incognita $\begin{cases} X'AX = 0 \\ X'BX = 0 \end{cases}$

Tesi: Vale calcolare $\begin{cases} X'AX = 0 \\ X = X(\gamma) \end{cases}$ per sostituzione $X(\gamma)'A'X(\gamma)A'X(\gamma) = 0$
$\in R[\gamma]_2$

A seconda delle 4 rette date rappresentano un γ_0. Infatti avere 4 punti vuol dire avere un problema nonico:

$A+B+C+D$	$R: \begin{cases} A\vec{x}+B\vec{y}+C \\ A'\vec{x}+B'\vec{y}+D \end{cases}$ (complessi con R)
$A+B+C+D$	$\begin{cases} A+B+C+D \\ \lambda A+\lambda B+\lambda C \\ (\lambda^2+1)A+(\lambda^2+1)B+(\lambda^2+1)C \\ (\lambda^3+\lambda)A+(\lambda^3+\lambda)B+(\lambda^3+\lambda)C \end{cases}$
$2A+2B$	$\begin{cases} 2A+2B \\ 2\lambda A+2\lambda B \end{cases}$
$2A+B$	$?$
$4A$	

quando vai a cercare eventuali punti in $\mathbb{R}^2$ ($\mathbb{R}^2 = \mathbb{C}$)

Osservazione (una proiettività γ): Caso peculiare "geometricamente"

Prendo un punto di $\mathcal{P}^1(\mathbb{R})$?
Se deve coincidere $\Phi \in \mathcal{D}$ devono non punto $P \in \mathcal{P}^1(\mathbb{R})$ con γ proiettività: devono vi sono $\mathbb{R}$ tranne Φ tale proiettività:

$P = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ Φ: $Y = \lambda X$ matrice $\begin{pmatrix} a & c \\ c & b \end{pmatrix} = A$
$(X(\lambda, \gamma\lambda))$
e un P tra tanti $P(\lambda = 0 \mapsto \infty)$
poiché $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$
$\in \mathcal{D}$ allora γ non può

Di nuovo matrice $B = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$

Vediamo $\Phi \circ \mathcal{D}$ e corrispondenza che ci passa $P(\frac{x}{y})$ che ci passano $\lambda \mapsto 0$, stessa incognita che stanno λ:

$\begin{cases} \Delta: X'AX = 0 \\ E: X = \begin{pmatrix} 1 & \lambda \\ \gamma & \gamma\lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \end{cases}$

$\rightarrow \begin{pmatrix} x & \gamma x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & c \\ c & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \gamma x \end{pmatrix} = 0$

$\gamma^2(c) + \gamma^1_{01}(\quad) + \gamma^0_{00}(\quad) = \gamma^2(a) + \gamma^1_{01}(2c) + \gamma^0_{00}(b) = 0$

$\gamma \neq 0$ ci dovrebbero come molti $\mathbb{R}$ con $\lambda = 0$
$(\gamma = 0 \Rightarrow$ il punto all'∞ con γ nullo)
così che $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & c \end{pmatrix}$ così che $\begin{cases} c(00) \\ \gamma_{00}(c=0) \end{cases} \mathbb{R}$ con $\gamma_0 = 1$ e γ_0 un $\mathbb{R}$ con.

Definizione: Una SISTEMA LINEARE di coniche:
- di una coniche di $\mathcal{E}$ e $\mathcal{D}$ diremo una combinazione lineare
- e una combinazione (classe) di $\mathcal{E}^2$

CONDIZIONI LINEARI: Condizioni date coniche che devono passare o meno diversi di coniche

PASSO = DATA due coniche $\mathcal{E}$ (= rette su $\mathcal{P}^1$)
BENE = DATA due di classe $\mathcal{E}$ (= punti su $\mathcal{P}^1$)

Esempi:

(a) Un punto di "esistono linee degenere" base di punti distinti
(di coniche di classe $\mathcal{E}$ di punti su $\mathcal{P}^2$)

(d) Un punto di "esistono $\mathcal{E}$ di classe $\mathcal{E}$ di una fissata retta" vuol dire di punti distinti: che stanno a varia geometria che $\mathcal{P}^1$ non a una corrispondenza!

(f) Un punto di "passano per una fissata retta"
Un punto $\mathcal{E}$ che $\in \mathcal{D}$ a
un fissato retta per $\mathcal{D}$ $P_0\left(\frac{x_0}{y_0}\right)$ $a_0 = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$
A matrice su $\mathcal{E}$: $P_1\left(\frac{x_1}{y_1}\right)$ $a_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$

$\in \mathbb{P}^1\mathbb{R}$ se $\begin{cases} \gamma_{00} = 0 \\ \gamma_{01} = 0 \end{cases}$

(un'intersezione vuol 2 (proiettivi) distinti di $\mathcal{P}^1$)

(b) La cancellazione di "passano per un fissato punto" vuol dire che stanno tutte tangenti?

Semplicemente $P = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$
$x_0 = (100)$
allora la conica di matrice $E = \begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$
$\frac{x_0}{y_0} = \frac{a}{b}$
Inoltre $\begin{cases} \Delta: X'AX = 0 \\ \text{tutte le } \gamma_0 \text{ se } P: \ (100)A = (\frac{a}{b}\ c\ b\gamma) \\ \qquad \text{dove viene } \in (100) \end{cases}$

$\gamma_{00} = 0$ ($\gamma_0 \in \mathbb{R}$, $P \in \mathcal{D}$)
Inoltre $\begin{cases} \gamma_{00} = 0 \\ \gamma_{01} = 0 \end{cases}$
Riscrivo $\begin{cases} \gamma_{00} = 0 \\ \gamma_{01} = 0 \end{cases}$
Una equazione LINEARE INDIPENDENTE!

(c) La cancellazione di "passano per un fissato punto" vuol dire che stanno tutte tangenti?
(Se ci passano equazione una tangente, allora se ci sono ci vuole tangente nel punto)

$P = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix}$ $x_0 = (100) \in \mathcal{D}$
e la conica che stanno ci vanno prime nel $\mathcal{E}$ hanno matrici che type:

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 0 & y_0 \\ x_0 & y_0 & \end{pmatrix}$
tale che $(100) A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$
quindi vale che $\begin{cases} \gamma_{00} = 0 \\ \gamma_{01} = 0 \end{cases}$ INDIPENDENTI
Una equazione lineare fissata coniche su $\mathcal{E}^2$.

(e) La cancellazione di "passano per 3 punti"

Un gruppo $P_1\left(\frac{x_1}{y_1}\right), P_2\left(\frac{x_2}{y_2}\right)$

$\Delta\left(\begin{smallmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{smallmatrix}\right)$

$\begin{cases} \gamma_{00} = 0 \\ \gamma_{01} = 0 \end{cases}$

Ho due punti allineati
$P_1\left(\frac{x_1}{y_1}\right) a_1 = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$
$A = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ y_1 & y_2 \end{pmatrix}$ $\begin{cases} \gamma_{00} = 0 \\ \gamma_{01} = 0 \end{cases}$
Questo dobbo cancella (degenere)

(g) La cancellazione di "passano per 4 punti"?

PASSO — PASSO per cancella RETTE DOPPIE — CANCELLANDO INTERSECTA: Ce una cancella cancellante di punti ALLINEATI, allora cancellano TUTTA LA RETTA, e una conica spezzata, e quindi cancellano 4 di otto punti di questa retta

---

Giovedì 30 ottobre 2025

Richiamo: Vogliamo cominciando le volte: vedere cancelle, e ci proiettiamo, i loro sottogiri. Ecco:

$\exists$ Classe di $\mathcal{P}^1$ $\exists$ $\mathcal{P}^2$ matrice $A = \begin{pmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$

PASSO si cancella $\longleftrightarrow$ rette $\in R^{(2)}$

BENE si cancella $\longleftrightarrow$ punti di $\mathcal{P}^2$

SOLO SE si cancella $\longleftrightarrow$ RETTE VARIANO di $\mathcal{P}^2$

Cancella fissata $\longleftrightarrow$ punti con $\det(a_{ij}) > 0$
(ap. 3^o punti $\mathcal{P}^2$)

Cancella $\gamma_0 \in \mathbb{R}$ una proiettività di $\mathcal{E}^2$

("tutte o' due se 2 punti", poiché con punto di cancella sono dopo un cancella di matrici $\lambda A_1 + \mu A_2 = A(\gamma_0)$ con A, B punti) (non $\det$)
$(\lambda + \mu)$

Esempi: classificare i fasci non degeneri dei cancelle, cioè: fasci che non contengono le coniche del primo grado riducibili.

Ricordiamo anzitutto:

a) Se il fascio è generato dalle coniche $\mathcal{E}$ e $\mathcal{D}$, allora ci sono 3 punti tutte le coniche del fascio
(perché le A, B matrici di $\mathcal{E}$, $\mathcal{D}$, e una punto/proiettività $\begin{matrix} A\gamma_0 = 0 \\ B\gamma_0 = 0 \end{matrix}$
allora $P(\lambda A\gamma_0 + \mu B) = 0 \ \forall \lambda, \mu$)

Si vede in molti modi che fascio:
e può avere ∞^2 tipi:

$A+B+C$	4 punti distinti
$2A+B+C$	3 punti, doppio (3 coniche)
$2A+2B$	2 punti, doppi (3 coniche)
$3A+B$	2 punti, A triplo
$4A$	1 punto quadruplo

d) Quante coniche degenere ci sono nel fascio?

$A(\gamma_0) = \lambda A_0 + \mu A_1$ A_0, A_1 matrici coniche
Sono degenere che $\det(A(\gamma_0)) = 0$
$\in R[\gamma_0]_3$ polinomio di 3^o posto non γ_0

Se conce precisamente ∞^2, allora γ deve 3 soluzioni (di cui coniche su $\mathcal{E}$ con meglio precisate)

$\exists$ 3 coniche distinte
3 coniche (una spezzata doppia)
1 conica (tangente doppia)

Esercizio 2 (fasci degeneri):

(1) FASCIO GENERALE: ecco tre di punti in posizione generale (quindi NESSUNI)
Un modo ce ne hanno tante coniche, vediamo di poterne di punti (di coniche che cerchi) e vi sono 3 coniche degeneri nel fascio:

Punti coniche ABCD:
Coniche deg. AB $\cup$ (CD)
$(AC) \cup (BD)$
$(AD) \cup (BC)$
(Tutte di $\gamma_0 \in \mathbb{R}$)

e, poiché sono in posizione generale, di fatto sono 2 coniche degeneri.

Se, AMBO sono stati come visti sopra, otteniamo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & b & c \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
e allora la cancella di punti di cui dobbo sono dati tipo cancella coniche di matrici:

$\lambda \begin{pmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \end{pmatrix} \gamma_0 A \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & b & c \end{pmatrix}$ (1) $\gamma_{00} = 0$

$\lambda (X_1 X_2 - X_3^2) + \gamma_0 (X_1 X_3 - X_2 X_3)$ (2) $\gamma_{01} = 0$

$\lambda \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \mu_0 A \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1+b \\ 0 & 1+b & c \end{pmatrix}$ $\gamma_0 \neq 0$

Esempio: A, B, C, D vanno $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
allora AB fascio di date che
$\lambda (x_1 x_2 - x_3^2) + \gamma_0 (x_1 x_3 - x_2 x_3)$
$\lambda \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \gamma_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1+b \\ 0 & 1+b & c \end{pmatrix}$
$\det = 0 \Rightarrow -(1+b)^2 = 0$, $b = -1$.
(Compare C di tutte 3 coniche degeneri)

(2) FASCIO TANGENTE: di cuido tutte $2A+B+C$ (C varia γ_0 una punto A su $\mathcal{E}$)

Vicino 2 coniche sono di più (1) (1 coincidenza di γ_0 (A), punto di coincidenza (su fisso))

Si vuole almeno 3 coniche degeneri:
$= (BC) \quad - (AB) = (AC)$
(Ricordando un'immagine 2)

Semplicemente un rotazione intorno A:

$B\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$
$A = \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$ $\gamma_0 = (10)$
$\gamma_0 A$

Infatti: $X_2 \gamma_0$
$X_1 - X_2$

$\gamma_0 X_2 \gamma_0 + \gamma_0 (X_1 - \gamma_0 X_2) = 0$
$\gamma_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \gamma_0 A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
$\det \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = 0$ $\gamma_0 = 0$ $\gamma_0 \neq 0$
$\det = -1 \neq 0$ $\gamma_0 = (10)$ $\gamma_0 = (10)$ $\gamma_0 = (10)$
Coniche AB e AC coniche degeneri!

(3) FASCIO BITANGENTE: cuido tutte $2A+2B$ A, B su AB

Quale coniche ha coniche degeneri del punto fisso?

Semplice: $\begin{matrix} b = 0 \\ c_{(11)} \end{matrix}$ $- a_{(22)}$ (complesso)

Si vede di 2 coniche degeneri: ∞^1 rappresentate, (1 coincidenza) ricevono (1 punto fisso)

$B\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$
$A = \left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$ $\gamma_0 = (10)$
$\gamma_0 A$

$\lambda \begin{pmatrix} X_1 & X_2 \end{pmatrix} \gamma_0 A \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$
$\lambda \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \gamma_0 A \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\det = \gamma_0 a^2$ $\gamma_0 = 0$ Coniche AB
$a = 0$
ottenendo ∞^2 2 coniche degeneri!

(4) FASCIO OSCULATORE: cuido tutte $2A+B$ A su $\mathcal{E}$:

Una coniche degenere di fatto tutte: $\begin{matrix} 0 \\ c_{(22)} \end{matrix}$ $(\gamma_0 2)$
e vuol che un cerco retta!

Parlavamo di coniche di fasci osculatore conosciuti
La coniche una retta qualsiasi $2X_0 X_2 = X_1^2$
e passanti per $\left(\begin{smallmatrix} 1 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$
ed osculatori nel $\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$
ottenere il fascio coniche che coniche degenere: $(AB) \cup (\gamma_0 \cap A)$
X_1 X_0

Esempio di fascio $\lambda \begin{pmatrix} X_0 X_1 - X_2^2 \end{pmatrix} + \gamma_0 (X_0 X_2)$

$\lambda \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma_0 A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\det = \gamma_0 a^2$ $\gamma_0 = 0$ Coniche AB
$a = 0$
(Compare C di tutte 3 coniche degeneri)

(5) FASCIO PARABOLICAMENTE: cuido tutte $2A_1 + B$ A_1 nel punto A

Una data coniche degenere tutte: $\begin{matrix} 0 \\ c_{(22)} \end{matrix}$ $(\gamma_0 \text{ tutte } = \text{retta } x)$
$2(A_1)$ $(\gamma_0 \text{ tutte } = \text{retta } x)$
$(\text{compa } A)$

coniche di fasci circoscritte su $\mathcal{P}_2 \mathcal{P}_3 \mathcal{P}_4 = \mathcal{P}_1$
nel punto $\left(\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \end{smallmatrix}\right)$
tangente (100)

$\lambda \begin{pmatrix} X_1 X_3 \end{pmatrix} + \gamma_0 \begin{pmatrix} X_2 \end{pmatrix}^2$
$\lambda \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \gamma_0 A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
$\det = \gamma_0 a^2$ $\gamma_0 = 0$ Coniche AB
$a = 0$
ottenendo ∞^2 2 coniche degeneri!

Problema: Vedi caso generale, vediamo una "data significante" che sono trovato una punto particolare su di fatto:

Questo è possibile anche se $\exists$ ∞^2 tutti fatti?

Se un fascio di coniche ha coniche degeneri ∞^2 punti fissi, allora ogni conica del fascio passa per tutti i punti fissi.

Problema collegato: Per ogni tipo dei fascio. Capire quanti punti doi devono passare da coniche nella prima, per tutti le coniche del fascio:

$A(\gamma_0)$ matrice del fascio
P punto
$PA(\gamma_0) = P(\gamma_0)$ del calcolo di un fatto un valore
$P'(\lambda A_0 + \gamma_0 A_1) = \lambda \frac{PA_0}{\gamma_0} + \gamma_0 \frac{PA_1}{\gamma_0}$
in modo unisce a una retta

Se un fascio ha coniche tra insieme degenere un cui dato rappresentato $R(x) = \text{matrice} \begin{pmatrix} x^n & \\ & \ddots \\ & & c(\gamma_0) \end{pmatrix}$ allora:
In realtà punto di $\mathcal{E}$ o tre rette $P_1 P_2$ per tutte le coniche del fascio: $(100)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = (1 \ 0 \ 0)$

Vediamo di vedere se ci sono più P per tutte coniche $P_1 P_2$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Quindi: fra di circonferenze con fascio ce ne sono tangenti a una fissata retta nel punto fissato (e altre rette).

Problema: Vedi caso generale, vediamo una "data significante" che sono trovato una punto particolare su di fatto:

Questo è possibile anche se $\exists$ ∞^2 tutti fatti?

Se un fascio di coniche ha coniche degeneri ∞^2 punti fissi, allora ogni conica del fascio passa per tutti i punti fissi.

Problema collegato: Per ogni tipo dei fascio. Capire quanti punti doi devono passare da coniche nella prima, per tutti le coniche del fascio:

$A(\gamma_0)$ matrice del fascio
P punto
$PA(\gamma_0) = P(\gamma_0)$ del calcolo di un fatto un valore
$P'(\lambda A_0 + \gamma_0 A_1) = \lambda \frac{PA_0}{\gamma_0} + \gamma_0 \frac{PA_1}{\gamma_0}$
in modo unisce a una retta

Se un fascio ha coniche tra insieme degenere un cui dato rappresentato $R(x) = \text{matrice} \begin{pmatrix} x^n & \\ & \ddots \\ & & c(\gamma_0) \end{pmatrix}$ allora:
In realtà punto di $\mathcal{E}$ o tre rette $P_1 P_2$ per tutte le coniche del fascio: $(100)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = (1 \ 0 \ 0)$

Vediamo di vedere se ci sono più P per tutte coniche $P_1 P_2$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Quindi: fra di circonferenze con fascio ce ne sono tangenti a una fissata retta nel punto fissato (e altre rette).

Problema:
(come precedente) (GENERALE)
Se A, B matrici non degeneri del cancelle non coincidono, allora:
(1) Troviamo una fascio
(2) Quante coniche di questo fascio sono degeneri?
(3) Quante coniche di questo fascio passano per un punto P fissato?

- che punti contiene P?
- che forma ci danno γ_0?
- relazione con la parità che fanno di cancella?

Problemi duali:
(1) Dato un fascio di coniche, l'insieme delle coniche duali di quelle del fascio, è un fascio?

$A(\gamma_0) = \lambda A + \gamma_0 B \longrightarrow A(\gamma_0)^{\#} \ ^{\#} A(\gamma_0)^{\#}$
(la matrice dipendente da γ_0 in modo quadratico, e grado 2)

(2) Dato un fascio di coniche di $\mathcal{P}^2$, l'inviluppo delle coniche è una fascio?

(3) Se un fascio proiettivo coniche si sono tangenti a una fissata retta?

(4) Se un fascio, che coniche passano in tutte punti dei una fissata retta ha la coniche del fascio?

che coniche passano i punti poi di una fissata retta ha la coniche del fascio

---

Lunedì 3 novembre 2025

Problema affine: Se un fascio di coniche non ha punti affini, quante parabole ci possono essere? Quante ellissi? Quante iperboli?

Problema euclideo: Se affine una coniche fissano la circonferenza?

Se un fascio, quante circonferenze ci sono?