

MATEMATICA A, Esercizi di autovalutazione, 4  
(giustificare le risposte)

Vicenza, ottobre 2007.

**Limiti di successione e di funzione**

1. Calcolare:

$$\lim_n \frac{n^n}{e^{n^2}}.$$

2. Calcolare:

$$\lim_n \frac{n^a - \cos n}{3n^2 - n^2 \sin(n^3) + \sin(\sqrt{n})}$$

per  $a = 1$  e per  $a = 3$ .

3. Calcolare:

$$\lim_n \frac{n^{\sqrt{n}} + (\sqrt{n})^n}{2^{n+\sqrt{n}}}.$$

4. Calcolare:

$$\lim_n \left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{(n^{1/3} \sin n + (-1)^n)}.$$

5. Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{1 - \cos^2 x}.$$

6. Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{3x^2 - x} - \sqrt{3x^2 + x + 1}\right).$$

7. Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + 3 \sin x - x \sin(2x)}{x^2 - 1}.$$

## Limiti di successione e di funzione (da appelli)

1. Calcolare il limite seguente:

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{5n! - \sqrt{5}n^{2+n^3}}{n^3 \log\left(1 + \frac{1}{\sqrt{n}}\right) - 2n^2 \log(1+n)} n^{-n^3}.$$

2. Per ogni valore di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , determinare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2^x - \sin(\alpha x) - 1 + x^3 \sin \frac{1}{x}}{1 - \cos(\sqrt{x}) - \frac{1}{2} \log(x+1)}.$$

3. Calcolare il limite della successione

$$a_n = \frac{1 + \tan^3\left(\frac{1}{n}\right) - e^{\sin^3\left(\frac{1}{n}\right)}}{\frac{1}{n^{3+\alpha}} \left( e^{\sin^2\left(\frac{2}{n}\right)} - e^{\frac{1}{n^2}} \right)}$$

per  $n \rightarrow +\infty$  al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

4. Calcolare il limite seguente al variare di  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(\frac{1}{x}\right)^{1/x} - 2e^{1/x} + \cos\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{a}{x} \log\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(\sqrt{1 + \sinh\left(\frac{1}{x}\right)} - \sqrt{1 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)}\right)^{1/3}}.$$