

MATEMATICA A

Canali, 1 e 2, Commissione F. Albertini, M. Motta
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 10 luglio 2008

Esercizio 1 Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(2e^x + 3e^{-x} + |x| - 5).$$

(a) Preliminarmente, studiare brevemente la funzione

$$g(x) = 2e^x + 3e^{-x} + |x| - 5.$$

(b) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie, e periodicità di f . Non è richiesto lo studio del segno di f .

(c) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .

(d) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f . Non è richiesto lo studio della convessità di f .

(e) Disegnare un grafico qualitativo di f .

Esercizio 2 Determinare e disegnare nel piano di Gauss l'insieme $A \subseteq \mathbb{C}$ di tutti i numeri complessi che soddisfano la seguente disequazione:

$$\left| \frac{|\sqrt{2}z| + 2i\operatorname{Re}(z)}{z - \bar{z}} \right| \geq 1.$$

Esercizio 3 Si consideri, per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$, la seguente equazione differenziale:

$$y'' + y' - 2y = \alpha e^{-2x} + \sin(x).$$

(a) Determinarne la soluzione per ogni valore del parametro reale α .

(b) Dire se esistono dei valori del parametro α che danno luogo a qualche soluzione periodica e specificare tali soluzioni.

(c) Dire se esistono dei valori del parametro α che danno luogo a qualche soluzione $y(x)$ tale che $\lim_{x \rightarrow -\infty} y(x) = +\infty$ e specificare tali soluzioni.

Tempo: due ore e mezza. Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. È permesso usare solo un foglio A4 personale.