

**Università degli Studi di Padova**  
**sede di Vicenza**  
**Prova scritta di Matematica A**  
**del 12 dicembre 2005**

**GIUSTIFICARE TUTTE LE RISPOSTE**

(1) Si consideri la funzione

$$f(x) = \log(x + 1 + e^{|x+1|})$$

- (a) Determinare il dominio di  $f$ , il segno di  $f$  ed eventuali simmetrie.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di  $f$ .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di  $f$ ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di  $f$ .
- (d) Calcolare i limiti di  $f'$ , se significativi e disegnare un grafico qualitativo di  $f$ .
- (e) (facoltativo) Studiare concavità e convessità della funzione  $f$ .

(2) Determinare l'insieme  $A$  dei numeri complessi  $z$  che soddisfano la seguente disequazione:

$$\left| \frac{z}{\bar{z} + i\operatorname{Re}z} \right| \geq 1.$$

Disegnare  $A$  nel piano complesso.

(3)

- (a) Discutere al variare del parametro  $a \in \mathbf{R}$  la convergenza del seguente integrale improprio

$$\int_0^{\pi/4} \frac{\tan^{|a|/2} x (\tan^2 x + 1)}{x^{2-a}(1 + \sqrt{\tan x})} dx.$$

- (b) Calcolare l'integrale per  $a = 2$ .