

MATEMATICA A

Canali 1 e 2, Commissione F. Albertini, M. Motta
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 9 settembre 2008

Esercizio 1 Si consideri la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{e^{2x} + 1}{e^{2x} - 1}\right) - \frac{x}{4}$$

- (a) Determinare il dominio di f , eventuali simmetrie, e periodicità. Non è richiesto lo studio del segno di f .
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti di f .
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità di f ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto di f . I limiti di f' , se significativi.
- (d) Studiare la convessità e determinare gli eventuali flessi.
- (e) Disegnare un grafico qualitativo di f in tutto il dominio.

Esercizio 2 Si consideri la successione

$$a_n = \frac{\frac{a}{n^{3/2}} - 6\left(\frac{a^2}{\sqrt{n}} - \sin\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)\right) - \frac{2}{n^2}}{\left(1 + \frac{1}{n} - \frac{2}{n^3}\right)^{\sqrt{n}} - 1}$$

- (a) Calcolare il limite $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.
- (b) Discutere la convergenza della serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ per ogni $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 (a) Determinare e disegnare nel piano di Gauss l'insieme $A_1 \subseteq \mathbb{C}$ di tutti i numeri complessi che soddisfano la seguente disequazione:

$$|z| - \frac{1}{2} \leq 0.$$

(b) Determinare e disegnare nel piano di Gauss l'insieme $A_2 \subseteq \mathbb{C}$ di tutti i numeri complessi che soddisfano la seguente disequazione:

$$\left| \frac{|z| + i}{z + \bar{z} + 4} \right| \leq 1/2.$$

(c) Determinare e disegnare nel piano di Gauss l'insieme $A \subseteq \mathbb{C}$ di tutti i numeri complessi che soddisfano la seguente disequazione:

$$\left(|z| - \frac{1}{2} \right) \left(\left| \frac{|z| + i}{z + \bar{z} + 4} \right| - 1/2 \right) \leq 0.$$

Tempo: due ore e mezza. Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. È permesso usare solo un foglio A4 personale.