UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
(sede di Vicenza)

PROGRAMMA DI MATEMATICA A, A.A. 2007-'08
CANALI 1 E 2 - Prof. F. Albertini e M. Motta

Testi Consigliati:
Elementi di Analisi Matematica uno (versione semplificata per i nuovi corsi di laurea), P. Marcellini & C. Sbordone, Liguori Editore.
Elementi di Analisi Matematica due (versione semplificata per i nuovi corsi di laurea), P. Marcellini & C. Sbordone, Liguori Editore: solo il capitolo 3.
Appunti di lezione e complementi in rete (http://www.math.unipd.it/ motta/).

Cap. 1: I numeri e le funzioni reali

- Simboli e operazioni sugli insiemi. Simboli logici. Prodotto cartesiano. Definizione assiomatica dei reali e conseguenze. Numeri naturali, interi e razionali. Irrazionalità della radice di 2 (con dim.). Non completezza dell' insieme dei razionali (con dim.).
- Funzioni: definizione, iniettività, suriettività e invertibilità. Composizione di funzioni. Grafico di una funzione definita sui reali e a valori reali e sue proprietà. Funzioni monotone, crescenti, decrescenti, pari e dispari. Monotonia e invertibilità.
- Funzioni elementari: f. lineare, f. valore assoluto, f. potenza (ad esponente razionale), f. esponenziale e f. logaritmo, f. trigonometriche, f. trigonometriche inverse, f. iperboliche e f. iperboliche inverse.
- Principio di Induzione. Esempi di dim. per induzione: disuguaglianza di Bernoulli (solo enunciato); progressione geometrica (con dim.)

Cap. 2: Complementi ai numeri reali

- Massimo, minimo, estremo superiore ed estremo inferiore: definizioni e proprietà. Teorema di esistenza dell'estremo superiore (con dim.). Insiemi limitati, funzioni limitate. Densità dei numeri razionali (con dim.). Lemma di densità (solo enunciato) e definizione di potenza e esponeziale (ad esponente reale).
- Calcolo combinatorio: fattoriale e coefficiente binomiale, numero di disposizioni e di combinazioni, operazioni sui coefficienti binomiali. Il binomio di Newton (solo enunciato).
- I numeri complessi: forma algebrica, forma trigonometrica e notazione in forma esponenziale. Definizione di parte reale, parte immaginaria, modulo e coniugato di un numero complesso e loro proprietà. Prodotto di due numeri complessi (con dim.). Potenze e radici n-esime in campo complesso: Formula di De Moivre (radici complesse, con dim.); soluzione di equazioni di 2^0 grado. Polinomi a coefficienti complessi: teorema fondamentale dell'algebra.

Cap. 3: Limiti di successioni

- Successioni reali: definizione di successione, di limite (finito e infinito) di una successione. Successioni convergenti, divergenti e non regolari. Teorema di unicità del limite (con dim.) Successioni limitate, dimostrazione che le successioni convergenti sono limitate.

- Teoremi di calcolo: limite della somma, del prodotto, del rapporto, del reciproco (solo enunciati). Limite di una successione infinitesima per una limitata (con dim.). Limite del valore assoluto di una successione, caso di una successione infinitesima (solo enunciato). Forme indeterminate.

- Teoremi di confronto: di permanenza del segno e dei carabinieri (entrambi con dim.)

- Limiti notevoli: limite della successione geometrica a^n, con $a \in \mathbf{R}$ (con dim.), limite di $\sin(a_n)$ (solo enunciato) e di $\frac{\sin(a_n)}{a_n}$ (solo enunciato) con a_n successione infinitesima.

- Successioni monotone. Esistenza del limite di successioni monotone (con dim. nel caso di successione limitata e crescente) e sue applicazioni. Il numero di Nepero e e limiti notevoli conseguenti (solo enunciati).

- Criterio del rapporto per le successioni (con dim.). Scala degli infiniti per le successioni. Confronti di infiniti. Limiti di polinomi e quozienti di polinomi in n. Definizione di "o" (o piccolo) per i limiti di successioni.

.

Cap. 4: Limiti di funzioni. Funzioni continue

- Definizione di intorno e di punto di accumulazione

- Definizione di limite per una funzione f tramite le successioni, caratterizzazione del limite con gli intorni (ε, δ) (solo enunciato).

- Operazioni con i limiti di funzioni, limite di funzioni composte (quest' ultimo, con dim.). Definizione di limite destro e sinistro.

- Definizione di funzione continua, di funzione discontinua: discontinuità eliminabili (estensione per continuità di f), discontinuità di prima e seconda specie.

- Teoremi sulle funzioni continue in un intervallo: Teorema dellla permanenza del segno (solo enunciato), Teorema dell' esistenza degli zeri (con dim.), Primo teorema dell' esistenza dei valori intermedi (versione del testo o versione fatta a lezione, con dim.), Teorema di Weierstrass (solo enunciato), Secondo Teorema dell' esistenza dei valori intermedi (versione del testo o versione fatta a lezione, con dim.)

- Criterio di invertibilità, Teorema sul limite delle funzioni monotone, Criterio di continuità per le funzioni monotone, Teorema di continuità delle funzioni inverse (solo enunciati).

- Limiti notevoli per le funzioni: tutti quelli per le successioni e inoltre i limiti di $\frac{e^x-1}{x}$, $\frac{log(x+1)}{x}$, $\frac{a^x-1}{x}$, quando $x \to 0$ (solo enunciato).
  Confronti di infinitesimi, definizione e uso di "o", (o piccolo) nei limiti di funzione.

Cap. 5: Derivate

- Definizione di derivata, derivata destra e derivata sinistra, derivate successive. Ogni funzione derivabile in x è ivi continua (con dim).
- Operazioni con le derivate (solo enunciato)
- Significato geometrico della derivata: retta tangente.
- Teorema di derivazione delle funzioni composte (con dim.) e Teorema di derivazione delle funzioni inverse (con dim.)
- Derivate delle funzioni elementari (senza dim.).

Cap. 6: Applicazioni delle derivate. Studio di funzioni.

- Definizione di massimo e minimo relativo. Teorema di Fermat (con dim.).
- Teorema di Rolle (con dim.), Teorema di Lagrange (con dim.). Corollari del Teorema di Lagrange: Caratterizzazione delle funzioni costanti in un intervallo (con dim.), Criterio di monotonia e di stretta monotonia (con dim.).
- Definizione di f convessa e concava. Criterio di convessità (con dim.). Flessi. Condizione necessaria per i flessi in punti in cui la funzione è due volte derivabile.
- Asintoti orizzontali, verticali, obliqui.
- II Teorema di de l'Hôpital, enunciato nella versione generale (dim. solo nel caso $\frac{0}{0}$ con f' e g' continue in 0).
- Criterio per i punti di massimo e minimo relativo con le derivate successive (dim. facoltativa).

Cap. 8: Integrali definiti

- Definizione di partizione, di somma integrale inferiore e somma integrale superiore. Lemma sul fatto che ogni somma inferiore è minore o uguale di ogni somma superiore (solo enunciato).
- Definizione di integrale definito (secondo Riemann) di f. Trapezoide associato ad una funzione non negativa e significato geometrico dell' integrale come area del trapezoide. Caratterizzazione delle funzioni integrabili (saltare)
- Proprietà dell'integrale definito: additività, linearità, monotonia, proprietà del valore assoluto (solo enunciati)
- Teorema di integrabilità delle f continue (solo enunciato), Teorema della media (con dim.).

Cap. 9: Integrali indefiniti

- Teorema fondamentale del calcolo integrale (con dim.)
- Definizione di primitiva di f, di funzione integrale di f. Caratterizzazione delle primitive di una funzione in un intervallo (con dim.), Formula fondamentale del calcolo integrale (con dim.)

- Definizione di integrale indefinito. Integrali indefiniti immediati. Integrazione delle funzioni razionali.
- Formula di integrazione per parti (con dim.). Formula di integrazione per sostituzione (con dim.)
- Integrali impropri di funzioni illimitate su intervalli limitati o di funzioni continue su intervalli illimitati. Condizione necessaria di integrabilità su intervalli illimitati di una funzione che ammetta limite a ∞ (appunti in rete). Integrali impropri di funzioni non negative: teoremi del confronto, del confronto asintotico, del confronto asintotico con $1/x^p$, $x \to +\infty$ o $x \to 0$ (solo enunciati, appunti in rete). Convergenza di $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha (\log x)^\beta}$ e di $\int_0^{1/2} \frac{1}{x^\alpha (\log x)^\beta}$, al variare di α e β (solo enunciati, appunti in rete).

Cap. 10: Formula di Taylor

- Definizione di o-piccolo e di funzioni asintotiche. Proprietà di o-piccolo (solo enunciato).
- Definizione del polinomio di Taylor, Formula di Taylor con il resto di Peano (con dim.) Sviluppi di Taylor delle principali funzioni elementari.
- Utilizzo della formula di Taylor e di o-piccolo nel calcolo dei limiti.
- Formula di Taylor con il resto Integrale e con il resto di Lagrange (solo enunciati) e loro applicazioni.

Cap. 11: Serie numeriche

- Definizione di somma parziale e di somma di una serie. Definizione di serie convergente, divergente e indeterminata.
- Condizione necessaria per la convergenza di una serie (con dim.) Teoremi sulla somma di due serie regolari e sul prodotto di una serie regolare per una costante (solo enunciato).
- Definizione di serie a termini non negativi. Teorema sulle serie a termini non negativi (con dim.)
- La serie geometrica (definizione e proprietà con dim.), la serie armonica generalizzata (definizione e proprietà, con dim.)
- Criteri di convergenza: criterio del confronto (con dim.), del confronto asintotico (solo enunciato), degli infinitesimi (solo enunciato), del rapporto (con dim.) e della radice (solo enunciato)
- Serie alternate: definizione e criterio di convergenza (con dim., esclusa la dimostrazione della stima sulla somma delle serie)
- Convergenza assoluta: definizione di serie assolutamente convergente. Teorema: una serie assolutamente convergente è convergente (con dim.)

Cap. 3 (del libro due): Equazioni Differenziali

- Definizione di equazione differenziale di ordine 2 e del problema di Cauchy. Definizione di equazione differenziale di ordine n.
- Proprietà delle equazioni differenziali lineari e rappresentazione dell' integrale generale come somma di una soluzione particolare + una soluzione dell' omogenea (con dim., per $n = 2$)
- Equazioni differenziali lineari del primo ordine: integrale dell'equazione omogenea e integrale generale (con dim. fatta a lezione o del testo, a scelta)
- Equazioni differenziali lineari del secondo ordine omogenee: condizione sufficiente per la indipendenza di due soluzioni (solo enunciato), caratterizzazione dell'indipendenza di due soluzioni (solo enunciato), integrale generale e carattezzazione dell'integrale generale per le equazioni lineari e per le equazioni a coefficienti costanti (solo enunciato).
- Equazioni differenziali lineari del secondo ordine a coefficienti costanti non-omogenee con termine noto della forma $p(t)e^{\lambda t}$ (vedi appunti in rete): tecniche di soluzione.
- Risoluzione dei seguenti tipi di equazioni differenziali del primo ordine: a variabili separabili, omogenee.
- Risoluzione delle equazioni differenziali del secondo ordine del tipo $y'' = f(y', x)$ (dove manca la dipendenza dalla variabile y). Cenni sulla risoluzione di equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti di ordine superiore al secondo.

Modalità d'esame

È sempre necessario iscriversi agli appelli orali e scritti tramite bacheca elettronica e presentarsi agli esami muniti di libretto. Qualora si decidesse di non partecipare ad una prova, è sempre necessario cancellarsi dalla lista.

Prova scritta, della durata di due ore e mezza, in cui verranno assegnati 3 o più esercizi sul programma d'esame. Nella prova scritta sarà ammesso utilizzare soltanto un (unico!) foglio di formato A4 contenente qualsiasi formula lo studente ritenga opportuno. Non è ammesso l'uso di calcolatrici.
Chi si presenta alla prova scritta del primo appello, può sostenere anche la prova scritta del secondo appello. Naturalmente, qualora lo scritto del primo appello fosse sufficiente il voto viene conservato solo se lo studente durante il secondo scritto si ritira.

Prova orale, mediamente della durata complessiva di 30 minuti, in cui verranno assegnate alcune domande di teoria sul programma d'esame, le cui risposte (scritte) verranno discusse con i docenti. Nella prova orale *non* sarà ammesso utilizzare appunti, libri o altro.
Chi ottiene un voto pienamente sufficiente alla prova scritta del primo appello, può sostenere due volte la prova orale, ad entrambi gli appelli della sessione in cui è stato superato lo scritto.

Chi ottiene un voto non completamente sufficiente alla prova scritta del primo appello (ma è ammesso all'orale) può sostenere una sola volta la prova orale (indifferentemente, al primo o al secondo appello). Naturalmente, chi supera la prova scritta al secondo appello, può sostenere un' unica prova orale, nel medesimo appello.

N.B. I voti conseguiti alle prove scritte (e orali) valgono solo per la sessione in corso (cioè, non è possibile sostenere la prova scritta a dicembre o gennaio e sostenere la prova orale a luglio o a settembre).