

**MATEMATICA A**  
**Commissione F. Albertini, M. Motta e G. Zampieri**  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 10 dicembre 2007

**TEMA 1**

**Esercizio 1** Si consideri la funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{x+5}{|x+4|} \right) - \frac{x+5}{|x+4|}.$$

- (a) Determinare il dominio di  $f$ , eventuali simmetrie, periodicità e segno.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti.
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità ; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto. I limiti di  $f'$ , se significativi.
- (d) Studiare la convessità e determinare gli eventuali flessi.
- (e) Abbozzare il grafico in tutto il dominio.

**Esercizio 2** Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + \sqrt{x^3+3} - 4^x + \cos(3e^{x^2} + 2)}{\sinh(x) + (\sqrt{x})^x + 5^x}.$$

Si ricordi che  $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

**Esercizio 3** Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(\sqrt{x} - \tan(\sqrt{x}))}{(e^x - 1)\sqrt{x}}.$$

**Esercizio 4** Si studi la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{n}.$$

Tempo: due ore e mezza.

**MATEMATICA A**  
**Commissione F. Albertini, M. Motta e G. Zampieri**  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Vicenza, 10 dicembre 2007

**TEMA 2**

**Esercizio 1** Si consideri la funzione

$$f(x) = \frac{x+3}{|x+2|} - \log\left(\frac{x+3}{|x+2|}\right).$$

- (a) Determinare il dominio di  $f$ , eventuali simmetrie, periodicità e segno.
- (b) Determinare i limiti agli estremi del dominio ed eventuali asintoti.
- (c) Studiare la continuità e la derivabilità; determinare gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di estremo (massimo e minimo) relativo e assoluto. I limiti di  $f'$ , se significativi.
- (d) Studiare la convessità e determinare gli eventuali flessi.
- (e) Abbozzare il grafico in tutto il dominio.

**Esercizio 2** Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sinh(x) + (\sqrt{x})^x + 3^x}{\sqrt{x^3+1} + 5^x + \cos(5e^{x^2}-5) + x\sqrt{x}}.$$

Si ricordi che  $\sinh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .

**Esercizio 3** Si calcoli il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x - \tan(x))(e^x)}{1 - \cos(x)}.$$

**Esercizio 4** Si studi il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n}}{\sqrt{n}}.$$

Tempo: due ore e mezza.