

**MATEMATICA A**  
**Commissione Albertini, Mannucci, Motta, Zanella**  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Prova scritta – 8 gennaio 2007

**TEMA 1**

1) [10 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = |x - 3| - \arctan\left(\frac{x - 2}{|x - 3|}\right)$$

(determinare il dominio  $D$ ; calcolare i limiti per  $x$  che tende agli estremi – finiti o infiniti – del dominio e gli eventuali asintoti; studiare la monotonia di  $f$  e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui  $f$  è derivabile; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di  $f$ , non è richiesto lo studio del segno di  $f$ ).

2) [10 punti] Calcolare il limite seguente al variare del parametro reale  $\alpha$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 3^{x^2} - 2 - \alpha x^2}{\log(1 + x^2) - x^2 - 5^{-(1/x^2)}}.$$

3) [10 punti] Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (y - 1)^2 \frac{6x + 3}{x^2 + x + 1} \\ y(0) = 4 \end{cases}$$

Tempo: due ore e mezza. Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. È permesso usare solo un foglio A4 personale.

**MATEMATICA A**  
**Commissione Albertini, Mannucci, Motta, Zanella**  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Prova scritta – 8 gennaio 2007

**TEMA 2**

1) [10 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = |x - 2| - \arctan\left(\frac{x - 1}{|x - 2|}\right)$$

(determinare il dominio  $D$ ; calcolare i limiti per  $x$  che tende agli estremi – finiti o infiniti – del dominio e gli eventuali asintoti; studiare la monotonia di  $f$  e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui  $f$  è derivabile; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di  $f$ , non è richiesto lo studio del segno di  $f$ ).

2) [10 punti] Calcolare il limite seguente al variare del parametro reale  $\alpha$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 5x^2 - 2 - \alpha x^2}{\log(1 + x^2) - x^2 - 3^{-\frac{1}{x^2}}}.$$

3) [10 punti] Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{4x + 4}{x^2 + 2x + 2}(2 - y)^2 \\ y(-1) = 1 \end{cases}$$

Tempo: due ore e mezza. Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. È permesso usare solo un foglio A4 personale.

**MATEMATICA A**  
**Commissione Albertini, Mannucci, Motta, Zanella**  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Prova scritta – 8 gennaio 2007

**TEMA 3**

1) [10 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = |x + 3| + \arctan\left(\frac{x + 2}{|x + 3|}\right)$$

(determinare il dominio  $D$ ; calcolare i limiti per  $x$  che tende agli estremi – finiti o infiniti – del dominio e gli eventuali asintoti; studiare la monotonia di  $f$  e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui  $f$  è derivabile; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di  $f$ , non è richiesto lo studio del segno di  $f$ ).

2) [10 punti] Calcolare il limite seguente al variare del parametro reale  $\alpha$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 3^{x^2} - 2 - \alpha x^2}{\cos(x) - 1 + \frac{x^2}{2} - 5^{-\frac{1}{x^2}}}.$$

3) [10 punti] Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = (y - 1)^2 \frac{8x + 2}{2x^2 + x + 1} \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

Tempo: due ore e mezza. Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. È permesso usare solo un foglio A4 personale.

**MATEMATICA A**  
**Commissione Albertini, Mannucci, Motta, Zanella**  
Ingegneria Gestionale, Meccanica, Meccatronica, Vicenza

Prova scritta – 8 gennaio 2007

**TEMA 4**

1) [10 punti] Studiare la funzione

$$f(x) = |x + 2| + \arctan\left(\frac{x + 1}{|x + 2|}\right)$$

(determinare il dominio  $D$ ; calcolare i limiti per  $x$  che tende agli estremi – finiti o infiniti – del dominio e gli eventuali asintoti; studiare la monotonia di  $f$  e determinarne gli eventuali estremi relativi ed assoluti; determinare i punti in cui  $f$  è derivabile; studiarne la convessità e gli eventuali flessi; disegnare un abbozzo motivato del grafico di  $f$ , non è richiesto lo studio del segno di  $f$ ).

2) [10 punti] Calcolare il limite seguente al variare del parametro reale  $\alpha$ :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} + 5x^2 - 2 - \alpha x^2}{\cos(x) - 1 + \frac{x^2}{2} - 3^{-\frac{1}{x^2}}}.$$

3) [10 punti] Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{4x + 6}{x^2 + 3x + 3}(2 - y)^2 \\ y(-1) = 1 \end{cases}$$

Tempo: due ore e mezza. Il candidato, a meno che non si ritiri, deve consegnare questo foglio assieme al foglio intestato. Viene corretto solo ciò che è scritto sul foglio intestato. È vietato tenere libri, appunti, telefoni e calcolatrici di qualsiasi tipo. È permesso usare solo un foglio A4 personale.