Esercizi - Domande 8

1. Calcolare, al variare del parametro reale $\alpha > 0$, i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\tan^6 x + x\sin^\alpha x}{3x^2 - \log(1+3x^2)} \qquad \lim_{x\to 0}(\mathrm{ch}^\alpha x)^{\frac{1}{\cos x - 1}}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x}\right)\cdot\frac{e^{x-x^2} - 1 - \alpha x}{x^{3\alpha}} \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{x^3 - \log(\mathrm{ch}x^\alpha)}{\sqrt{x^4+1} + \sin(x^\alpha)}$$

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{(x^2)^\alpha + 1} + \log(2\mathrm{ch}x - \mathrm{sh}x)}{xe^x + \sqrt[4]{x^4+4}} \qquad \lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^3+x^2+1} - \sqrt{x^{2\alpha}+1}}{\log\mathrm{sh}(x^4) + \sin(x^\alpha)}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\mathrm{sh}(x^\alpha) + \tan x\cdot\log x - x^\alpha}{\log(1-x^2) + \sin^\alpha x} \qquad \lim_{x\to 0^+} \frac{\log(1+x^5) - x^\alpha + \sin^3 x}{\mathrm{sh}x - x + (\mathrm{ch}x - 1)^\alpha}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\log[(x + e^{x^\alpha})/4] - x^3}{\sqrt{x^6+x^2} + \arctan(\alpha x) + x^{\sin(1/x)}}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\mathrm{sh}(x^\alpha) + (x)^{x/\sin x}}{\log(1+x+x^2) - x^\alpha + (x)^{1/x^2}}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{2^{(x^\alpha)} - (\mathrm{sh}x)^{\log x}}{(\mathrm{ch}x)^{\log x} + [1 + (1/x)]^{\sqrt{x^2+1}} + \mathrm{ch}(1/x^\alpha)}$$

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{(\mathrm{ch}x)^{x^\alpha} - (\log x)^{x^3}}{(\mathrm{sh}x)^{x^3} + \sin(x^\alpha) + (1/\mathrm{sh}x)^{1/x}}$$

⋆ ⋆ ⋆ ⋆ ⋆

2. A cosa servono i metodi di bisezione e di Newton illustrati a lezione? Sotto quali ipotesi di regolarità della funzione f si applicano? Individuare, in entrambi i casi, dove si utilizzano le ipotesi richieste.

3. Siano $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Saper enunciare cosa significa che $f = o(g)$ per $x \to x_0$. È necessario che f e g siano due infinitesimi simultanei per $x \to x_0$?

4. Utilizzando il formalismo degli "o piccoli", come si può esprimere il fatto che $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è infinitesima per $x \to x_0$?

5. Saper enunciare e dimostrare il Principio di Sostituzione degli infinitesimi e degli Infiniti (PSi e PSI). Perchè, in realtà, basterebbe enunciarne solo uno dei due?