

Esercizi - Domande 9

1. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \int_0^x \sin(t^2) dt}{x^4 + \operatorname{sh}^5 x},$$

usare L'Hopital per conoscere l'ordine di infinitesimo di $\int_0^x \sin(t^2) dt$ rispetto a x^n , $n \in \mathbb{N}$.

2. Sia

$$F(x) = \int_{1/\pi}^x \sin(1/t) dt.$$

Trovare l'insieme di definizione D_F di F , scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di F nel punto $(1/\pi, F(1/\pi))$, scrivere la formula di Taylor di F di punto iniziale $x_0 = 1/\pi$ fino al termine di terzo grado.

3. Sia

$$F(x) = \int_{-1}^x \frac{\sqrt[6]{t^2 + \log^2 |t|}}{\arctan(t+2)} dt + 3.$$

Trovare l'insieme di definizione D_F di F , dimostrare che F è invertibile in D_F . Detta g l'inversa di F in D_F , scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(3, g(3))$.

4. Sia

$$F(x) = (2+x) \int_0^x \sqrt{2-t} \sin t dt.$$

Trovare l'insieme di definizione D_F di F , calcolare $F'(x)$, scrivere la formula di MacLaurin di F fino al termine di secondo grado, trovare l'ordine di infinitesimo di F per $x \rightarrow 0$ rispetto a x .

5. Calcolare i seguenti integrali immediati:

$$\int \frac{dx}{(x+2) \log(x+2)}, \quad \int \frac{dx}{(x+2) \log^3(x+2)}, \quad \int \frac{\arctan x}{1+x^2} dx.$$

6. Calcolare i seguenti integrali di funzioni razionali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + 2x + 3}, \quad \int \frac{2x+1}{4+9x^2} dx, \quad \int \frac{4x+5}{x^2+2x-3} dx, \quad \int \frac{3x+8}{x^2-4x+4} dx.$$

7. Calcolare per parti i seguenti integrali:

$$\int \frac{\log x}{\sqrt{x}} dx, \quad \int x \log x dx.$$

8. Calcolare per sostituzione i seguenti integrali:

$$\int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx, \quad \int \frac{1}{x(4 - \log^2 x)} dx.$$

9. Calcolare i seguenti integrali definiti:

$$\int_{-1}^3 x|x - 2| dx, \quad \int_{-10}^{-6} \frac{|x + 8|}{(x - 2)(x - 3)} dx.$$

10. Il teorema della media richiede che la funzione integranda f sia continua. Elencare tutti i punti della dimostrazione in cui si usa tale ipotesi.
11. Il teorema fondamentale del calcolo integrale richiede che la funzione integranda f sia continua. Elencare tutti i punti dell'enunciato e della dimostrazione in cui si usa tale ipotesi.
12. Che differenza c'è tra integrale definito e integrale indefinito?
13. Perché per definire il valore degli integrali impropri si considerano funzioni integrande continue e NON NEGATIVE? Motivare adeguatamente la risposta.