Esercizi 5

1. Calcolare, pensando a quali teoremi sui limiti si applicano:

$$\lim_{x\to 0} x e^{\sin(1/x)} \qquad \lim_{x\to +\infty} x e^{\sin x}$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\log x}{\tan x} \qquad \lim_{x\to +\infty} x \arctan x$$

2. Sfruttando il Teorema sul limite delle funzioni composte, calcolare:

$$\lim_{x\to +\infty} x\sin(1/x) \qquad \lim_{x\to \pi} \frac{\sin x}{x-\pi}$$

$$\lim_{x\to 0^\pm} \frac{\sqrt[3]{x+1}\log|x|}{\log|x+1|} \qquad \lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[3]{x+1}\log|x|}{\log|x+1|}$$

3. La funzione $f(x) = \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$ è prolungabile per continuità in $x = 1$?

4. Determinare $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+\tan x}{\sqrt{1-x^2}} \cdot (\alpha)^{1/x} & \text{se } -1 < x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \beta \arccos x & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$

sia continua in $]-1,1[$.

5. Determinare $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{e^{1/\sin x}+1} \cdot \frac{\sin^2 x}{|x|^\alpha} & \text{se } -\pi < x < 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \beta \arcsin\sqrt{1-x^4} + e^{-\beta/x} & \text{se } 0 < x < 1 \end{cases}$$

sia continua in $]-\pi,1[$.

6. Determinare $\alpha > 0$ e $\beta \geq 0$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha e^{1/x}+1}{(\alpha)^{1/x}} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ x^\beta \sin(1/x) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

sia continua in $\mathbb{R}$.

7. Determinare $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ in modo che la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^\alpha \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + \frac{1+\sin x}{e^{1/x}} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ (3)^{\frac{1-\cos x}{|x|^\beta}} - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

sia continua in $\mathbb{R}$.