
ANALISI MATEMATICA 1

Ingegneria dell'Energia, matricole dispari

Primo compitino - Venerdì 14 novembre 2014

TEMA 1

Esercizio 1. [7 p.ti] Determinare l'insieme di definizione D_f della funzione

$$f(x) = \left(\sqrt{x^2 - 16} - x - 1 \right)^{\frac{1}{\log|x+5|}} + \left[\arctan \left(\frac{4-x}{x+8} - 2 \right) \right]^{\sin x}$$

Esercizio 2. [7 p.ti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{5n^2 + \sin n} \cdot \log n - (-1)^n n + \log(n^2)}{\log(n^n + n^5 + 1) - \sqrt{n^2 + 5} - n}$$

Esercizio 3. [7 p.ti] Sia

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(x^2 + 1)}{x} - 2 \arctan x & \text{se } x > 0 \\ -(x^2 + 4x)e^{1/x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

- (a) Per quali $0 \neq x \in \mathbb{R}$ vale che $f(x) > 0$? [2 p.ti]
- (b) La funzione f è prolungabile per continuità in $x = 0$? [1 p.to]
- (c) Si stabilisca il massimo intorno I di $x = \sqrt{e-1}$ in cui f è invertibile [2 p.ti].
- (d) Detta g la funzione inversa di $f|_I$, si calcoli $g' \left(\frac{1}{\sqrt{e-1}} - 2 \arctan(\sqrt{e-1}) \right)$ [2 p.ti].

Domanda 1. [4 p.ti] Dopo aver enunciato il Principio di induzione [1 p.to], provare che $\forall n \in \mathbb{N}$

$$n^3 + 3n^2 + 5n$$

è divisibile per 3 [3 p.ti].

PAGINA SUCCESSIVA \rightarrow

Domanda 2. [2 p.ti] Utilizzando la definizione di limite, verificare che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x}) = +\infty$$

Domanda 3. [3 p.ti] Sia $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$.

- (a) Quando la funzione f si dice derivabile in $x_0 \in (a, b)$? [1 p.to]
- (b) Relazioni tra continuità e derivabilità: dimostrazione di eventuali implicazioni e/o eventuali controesempi [2 p.ti].

N.B.

- Tutti i risultati devono essere accuratamente giustificati.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. **NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.**
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.