
ANALISI MATEMATICA 1

Ingegneria dell'Energia, cognomi A-O

Primo compitino - Venerdì 4 novembre 2016

TEMA 1

Esercizio 1. [6 p.ti] Premessa: si indica con $\prod_{k=1}^n a_k$ il prodotto degli a_i (per $i = 1, \dots, n$), ovvero

$$\prod_{k=1}^n a_k := a_1 \cdot \dots \cdot a_n$$

Dopo aver enunciato il Principio di Induzione [1 p.to], provare che

$$\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{n+1}{2n}$$

[4 p.ti]. Quanto vale

$$\prod_{k=3}^n \left(1 - \frac{1}{k^2}\right)?$$

[1 p.to].

Esercizio 2. [5 p.ti] Determinare l'insieme di definizione D_f della funzione

$$f(x) = \sqrt{2x+2 - \sqrt{2-x}} + \left[\arctan(x) - \frac{\pi}{4}\right]^{x-\frac{1}{2}}$$

Esercizio 3. [8 p.ti] Sia

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} \cdot \arccos x & \text{se } 0 \leq x \leq 1 \\ -\ln(x^2) + \frac{x-1}{x} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

- (a) Studiare la continuità di f [2 p.ti].
- (b) Studiare la monotonia di f [2 p.ti].
- (c) Stabilire se $\ln(x^2) > \frac{x-1}{x}$ in $x > 1$ [1 p.to].
- (d) Stabilire il numero degli zeri di f [1 p.to].

PAG. \longrightarrow

(e) Abbozzarne il grafico [2 p.ti].

(Suggerimento: $D \arccos t = -\frac{1}{\sqrt{1-t^2}}$)

Domanda 1. [4 p.ti] Dare la definizione di successione limitata e di successione convergente [2 p.ti]. Dimostrare che ogni successione convergente è limitata. È vero il viceversa? Motivare adeguatamente la risposta [2 p.ti].

Domanda 2. [3 p.ti] Verificare, usando la definizione, che

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{1}{3x - 9} = +\infty$$

Domanda 3. [4 p.ti] Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ continua. Enunciare e dimostrare il Teorema dei valori intermedi.

N.B.

- Tutti i risultati devono essere accuratamente giustificati.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.