
ANALISI MATEMATICA 1

Ingegneria dell'Energia, matricole dispari

Primo compito - Venerdì 13 novembre 2015

TEMA 1

Esercizio 1. [5 p.ti] Dopo aver enunciato il Principio di induzione [1 p.to], provare che $\forall n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=1}^n k \cdot k! = (n+1)! - 1$$

[4 p.ti]. Quanto vale $\sum_{k=3}^n k \cdot k!$? [1 p.to]

Esercizio 2. [7 p.ti] Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(e^n - e^{-n}) + \frac{\sin n}{n} + \arctan n}{n^2(\sqrt{n^4 + 4n} - n^2)}$$

[5 p.ti]. Stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(e^n - e^{-n}) + \frac{\sin n}{n} + \arctan n}{n^\alpha(\sqrt{n^4 + 4n} - n^2)} = 0$$

[2 p.ti].

Esercizio 3. [10 p.ti] Sia

$$f(x) = \begin{cases} -\arctan\left(\frac{1}{x-1}\right) - \ln[(x-1)^2 + 1] & \text{se } x < 1 \\ |x-1 - \frac{\pi}{2}| & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Studiare continuità e derivabilità di f , ricercare massimi e minimi (relativi ed assoluti) ed eventuali asintoti, abbozzarne il grafico. Non è richiesto lo studio della derivata seconda [7 p.ti].

Stabilire per quali $\alpha > 0$ la funzione

$$h(x) = \begin{cases} -\arctan\left(\frac{1}{x-1}\right) - \ln[(x-1)^2 + 1] & \text{se } x < 1 \\ \frac{\pi}{2} & \text{se } x = 1 \\ \frac{e^{(x-1)} - 1}{(x-1)^\alpha} + \arccos(x-1) & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

è continua in $] -\infty, 2]$ [3 p.ti].

PAGINA SUCCESSIVA \longrightarrow

Domanda 1. [3 p.ti] Enunciare e commentare le proprietà caratteristiche dell'estremo superiore.

Domanda 2. [5 p.ti] Sia f una funzione derivabile in (a, b) . Si dimostri il criterio di monotonia: $f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$ se e solo se f è crescente in (a, b) .

N.B.

- Tutti i risultati devono essere accuratamente giustificati.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.