
ANALISI MATEMATICA 1

(Ingegneria dell'Energia, matricole dispari)

Secondo compitino - Martedì 3 febbraio 2015

TEMA 1

Esercizio 1. [8 p.ti] Calcolare, al variare del parametro reale $\alpha > 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos(x^\alpha - x^2) - 1 + x^{-\log x}}{\tan(\sin x) + \log(1+x) - \alpha x}$$

Esercizio 2. [7 p.ti] Sia

$$F(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{sh} t}{\operatorname{cht} + 1} dt$$

- (a) Determinare l'insieme di definizione D_F di F [0.5 p.ti].
- (b) Stabilire se F è pari, dispari, nè pari nè dispari [1.5 p.ti].
- (c) Stabilire se F è invertibile in D_F [1 p.to].
- (d) Scrivere la formula di Taylor di F di punto iniziale $x_0 = 0$ fino al termine di secondo grado. Dedurre l'ordine di infinitesimo di F per $x \rightarrow 0$ rispetto a x [1.5 p.ti].
- (e) Stabilire in base alla definizione se l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{sh} t}{\operatorname{cht} + 1} dt$$

converge oppure diverge [2.5 p.ti].

Esercizio 3. [7 p.ti] Data la serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{\arctan(n+1) + n}$$

si dica per quali valori $x \in \mathbb{R}$ converge assolutamente, per quali non può convergere e se esistono valori $x \in \mathbb{R}$ per i quali la serie converge ma non assolutamente.

PAGINA SEGUENTE \rightarrow

Domanda 1. [4 p.ti] Definizione di funzione integrale [1 p.to] e Teorema fondamentale del calcolo integrale (con dimostrazione) [3 p.ti].

Domanda 2. [4 p.ti] Introdurre brevemente l'equazione differenziale per il modello di crescita di una popolazione posta in un ambiente ideale (risorse illimitate) [2 p.ti]. Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$y' = \sqrt{y+1} \cdot \cos x, \quad y(0) = 1$$

[2 p.ti].

N.B.

- Tutti i RISULTATI devono essere ACCURATAMENTE GIUSTIFICATI.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.