

---

## ANALISI MATEMATICA 1

*Ingegneria dell'Energia, cognomi A-O*

**Primo appello** - Venerdì 20 gennaio 2017

### TEMA 2

---

**Esercizio 1.** [5 p.ti] Sia  $A \subseteq \mathbb{R}$ .

Cosa significa che  $A$  è limitato? [1 p.to]

Cosa sono un maggiorante ed un minorante di  $A$ ? [1 p.to]

Dato l'insieme

$$A = \left\{ 1 + \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N} \right\},$$

determinare estremo inferiore, estremo superiore e –se esistono– minimo e massimo di  $A$  [3 p.ti].

**Esercizio 2.** [7 p.ti] Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (1 + x^2) \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{e^{\alpha x^2} - 1 - \alpha x^2 + x \log^2(\cos x)}{x^2 - x \sin x + \sinh^5 x} & \text{se } 0 < x < \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

(a) Calcolare, al variare di  $\alpha > 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  [6 p.ti].

(b) Stabilire per quali valori di  $\alpha > 0$   $f(x)$  è continua in  $]-\infty, \frac{\pi}{3}[$  [1 p.to].

**Esercizio 3.** [6 p.ti] Data la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n - 3n}{\sinh(n+2)} x^n \quad x \in \mathbb{R},$$

si dica per quali valori  $x \in \mathbb{R}$  converge assolutamente, per quali non può convergere e se esistono valori  $x \in \mathbb{R}$  per i quali la serie converge ma non assolutamente. PAG. SUCC. →

**Domanda 1.** [3 p.ti] Sia  $f$  la funzione, dipendente dal parametro  $a \in \mathbb{R}$ , così definita

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-x} & \text{se } x \leq 0 \\ xe^{-ax} + a^2 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Trovare i valori di  $a \in \mathbb{R}$  per cui  $f$  è derivabile in  $\mathbb{R}$  [2 p.ti]. In tal caso, la  $f$  risulta anche continua in  $\mathbb{R}$ ? Perché? [1 p.to].

**Domanda 2.** [5 p.ti] Enunciare e dimostrare il teorema fondamentale del calcolo integrale, mettendo in evidenza tutti i punti in cui si usa la continuità della funzione integranda [3 p.ti].

Sia  $f \in C^0(]a, b])$ . Cosa vuol dire che  $f$  è integrabile in senso generalizzato in  $]a, b]$ ? [1 p.to]

Fornire un esempio di funzione integrabile in senso generalizzato in  $]0, 1]$  [1 p.to].

**Domanda 3.** [4 p.ti] Dire cos'è una successione [1 p.to]. Dimostrare che se

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = a \quad \text{e} \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = b,$$

con  $a, b \in \mathbb{R}$ , allora

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n + b_n = a + b$$

[3 p.ti].

**N.B.**

- Tutti i risultati devono essere accuratamente giustificati.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.