

● - ●

ANALISI MATEMATICA 1

Ingegneria dell'Energia, matricole dispari

Primo compito - Venerdì 14 novembre 2014

TEMA 2

● - ●

Esercizio 1. [6 p.ti] Dopo aver provato che la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 5x + 1}{x^2}$$

è strettamente decrescente $\forall x > 0$, si calcolino estremo superiore, estremo inferiore ed eventualmente massimo e minimo dell'insieme

$$E = \left\{ \frac{n^2 + 5n + 1}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

Esercizio 2. [7 p.ti] Determinare $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ per cui la funzione

$$f(x) = \begin{cases} (\arcsin x)^\beta + \beta \arctan(1/x) & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ 1 + \frac{\log(1 + |x|^\alpha)}{x^2} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

risulta continua in tutto il suo dominio.

Esercizio 3. [8 p.ti] Sia

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} \cdot \log(x+2) & \text{se } x \geq 1 \\ |(x+3)(x-1)| & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

Studiare continuità e derivabilità di f , ricercare massimi e minimi (relativi ed assoluti) ed eventuali asintoti, abbozzarne il grafico.

Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

PAGINA SUCCESSIVA \longrightarrow

Domanda 1. [4 p.ti] Dimostrare che $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ se e soltanto se $\lim_{n \rightarrow +\infty} |a_n| = 0$ [2 p.ti]. Enunciato e dimostrazione del teorema del limite del prodotto di una successione limitata per una infinitesima [2 p.ti].

Domanda 2. [5 p.ti] Sia f una funzione continua in $[a, b]$ e derivabile in (a, b) . Si dimostri che $f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in (a, b)$ se e solo se f è crescente in $[a, b]$.

N.B.

- Tutti i risultati devono essere accuratamente giustificati.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.