
ANALISI MATEMATICA 1

(Ingegneria dell'Energia, matricole dispari)

Primo appello - Martedì 3 febbraio 2015

TEMA 2

Esercizio 1. [5 p.ti] Sia

$$f(x) = \frac{|x^2 - 1|}{3x^2 + 1}$$

Studiare continuità e derivabilità di f , ricercare massimi e minimi (relativi e assoluti) ed eventuali asintoti, abbozzarne il grafico.

Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 2. [8 p.ti] Calcolare, al variare del parametro reale $\alpha > 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin(x^\alpha - x^3) - x^{x^{-2}}}{6 \log(\cos x) + \alpha x^2 + \tan^3 x}$$

Esercizio 3. [7 p.ti] Sia

$$F(x) = \int_0^x \frac{\operatorname{cht}}{\operatorname{sh}^2 t + 1} dt$$

- Determinare l'insieme di definizione D_F di F [0.5 p.ti].
- Stabilire se F è pari, dispari, nè pari nè dispari [1.5 p.ti].
- Stabilire se F è invertibile in D_F [1 p.to].
- Scrivere la formula di Taylor di F di punto iniziale $x_0 = 0$ fino al termine di secondo grado. Dedurre l'ordine di infinitesimo di F per $x \rightarrow 0$ rispetto a x [1.5 p.ti].
- Stabilire in base alla definizione se l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{cht}}{\operatorname{sh}^2 t + 1} dt$$

converge oppure diverge [2.5 p.ti]. PAGINA SEGUENTE \longrightarrow

Esercizio 4. [2 p.ti] Stabilire per quali $a \in \mathbb{R}$ è definita la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{a(x^2 + 2x + 1)}}{\log |a - 3|}$$

Domanda 1. [4 p.ti] Definizione di successione limitata [1 p.to]. Teorema sul limite del prodotto di una successione infinitesima per una successione limitata (con dimostrazione) [2 p.ti]. Se $\lim_{x \rightarrow +\infty} a_n = -\infty$, la successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$ può essere limitata? [1 p.to]

Domanda 2. [4 p.ti] Definizione del carattere di una serie [2 p.ti]. Relazione tra convergenza semplice e convergenza assoluta (con dimostrazione di eventuali implicazioni) [2 p.ti].

N.B.

- Tutti i RISULTATI devono essere ACCURATAMENTE GIUSTIFICATI.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.