
ANALISI MATEMATICA 1

(Ingegneria dell'Energia, matricole dispari)

Secondo appello - Lunedì 26 febbraio 2015

TEMA 2

Esercizio 1. [6 p.ti] Sia

$$f(x) = \begin{cases} ex & \text{se } x > 1 \\ |x|e^x & \text{se } x \leq 1 \end{cases}$$

Studiare continuità e derivabilità di f , ricercare massimi e minimi (relativi e assoluti) ed eventuali asintoti, abbozzarne il grafico.

Non è richiesto lo studio della derivata seconda.

Esercizio 2. [7 p.ti] Calcolare, al variare del parametro $\alpha > 0$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 - \log[\cosh(x^\alpha)] + \frac{x}{|x|}}{\sqrt{x^4 + 1} + \sin(x^\alpha)}$$

Esercizio 3. [6 p.ti] Sia

$$F(x) = 5 + \int_3^x \frac{2t + 1}{(t - 2)(t + 3)} dt$$

- (a) Determinare l'insieme di definizione D_F di F [0.5 p.ti].
- (b) Verificare che F è invertibile in D_F [1 p.to].
- (c) Scrivere la formula di Taylor di F di punto iniziale $x_0 = 3$ fino al termine di secondo grado [1.5 p.ti].
- (d) Detta g l'inversa di F , scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(5, g(5))$ [1.5 p.ti].
- (e) Calcolare $F(4)$ [1.5 p.ti].

PAGINA SEGUENTE \rightarrow

Esercizio 4. [3.5 p.ti] Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{(n!)^2}{2n^2}$$

Domanda 1. [3.5 p.ti] Definizione di infinitesimi simultanei per $x \rightarrow x_0$ [1 p.to]. Definizione di “o piccolo” [1 p.to] e Principio di Sostituzione degli infinitesimi (con dimostrazione) [1.5 p.ti].

Domanda 2. [4 p.ti] Si consideri l'insieme

$$E = \left\{ \frac{n^2 - 1}{3n^2} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

Stabilire che

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{3x^2}$$

è crescente in \mathbb{R}^+ [0.5 p.ti], enunciare le proprietà caratteristiche dell'estremo superiore [1.5 p.ti] e determinare $\sup E$, $\inf E$ e, se esistono, $\max E$, $\min E$ [2 p.ti].

N.B.

- Tutti i RISULTATI devono essere ACCURATAMENTE GIUSTIFICATI.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.