

---

## ANALISI MATEMATICA 1

(Ingegneria dell'Energia, matricole dispari)

Secondo Compitino - Giovedì 4 febbraio 2016

### TEMA 2

---

**Esercizio 1.** [8 p.ti] Calcolare, al variare del parametro reale  $\alpha > 0$ ,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cosh(x^2 + x^\alpha) - 1 - 2x^4}{\sinh(x + 2x^3) - \sin x + x^{-\log x}}$$

**Esercizio 2.** [3.5 p.ti] Sia

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{t^6}}{\sqrt{1+t^2}-2} dt$$

- (a) Determinare l'insieme di definizione  $D_F$  di  $F$  [0.5 p.ti].
- (b) Stabilire se  $F$  è pari, dispari, nè pari nè dispari [2 p.ti].
- (c) Dimostrare che  $F$  è invertibile in  $D_F$  [1 p.to].

**Esercizio 3.** [6 p.ti] Considerata la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left( \frac{2nx}{n+1} \right)^n$$

stabilire:

- (a) Per quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  converge assolutamente. [1.5 p.ti]
- (b) Per quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  non può convergere. [1.5 p.ti]
- (c) Se esistono valori di  $x \in \mathbb{R}$  per i quali la serie converge, ma non assolutamente. In caso affermativo, calcolarli. [3 p.ti]

**Esercizio 4.** [5.5 p.ti] Trovare la soluzione del seguente problema di Cauchy in un intervallo opportuno:

$$\begin{cases} y' = \sqrt{\frac{1+y}{1+t^2}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

(Sugg.: usare la sostituzione  $x = \sqrt{1+t^2} - t$ ).

PAGINA SEGUENTE  $\longrightarrow$

**Domanda 1.** [5 p.ti] Stabilire, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , la convergenza o la divergenza di  $\int_0^1 \frac{1}{x^\alpha} dx$ . Riportare e giustificare accuratamente tutti i passaggi.

**Domanda 2.** [2 p.ti] Siano  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0 = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ . Dire quando  $f$  e  $g$  sono infinitesimi dello stesso ordine, quando  $f = o(g)$  e quando  $g = o(f)$  per  $x \rightarrow x_0$ .

**N.B.**

- Tutti i RISULTATI devono essere ACCURATAMENTE GIUSTIFICATI.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.