

---

## ANALISI MATEMATICA 1

*Ingegneria dell'Energia, matricole dispari*

Primo compito - Venerdì 13 novembre 2015

### TEMA 2

---

**Esercizio 1.** [5 p.ti] Calcolare estremo superiore, estremo inferiore ed eventualmente massimo e minimo dell'insieme

$$E = \left\{ \frac{n+1}{n^2+2}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

**Esercizio 2.** [7 p.ti] Determinare l'insieme di definizione  $D_f$  della funzione

$$f(x) = \log[\sqrt{|x^2 - x - 6|} - x] + \left[ \arccos \left( \left| \left( \frac{1}{2} - x \right) (x - 3) \right| \right) \right]^x$$

**Esercizio 3.** [10 p.ti] Sia

$$f(x) = -\arctan\left(\frac{1}{x-1}\right) - \ln[(x-1)^2 + 1], \quad x \neq 1$$

- (a) [2 p.ti] Studiare la monotonia di  $f(x)$ .
- (b) [2 p.ti] Stabilire se  $\arctan\left(\frac{1}{x-1}\right) > -\ln[(x-1)^2 + 1]$  in  $]1, +\infty[$ .  
Suggerimento:  $f(3/2) < 0$
- (c) [3 p.ti] Sfruttando i teoremi sulle funzioni continue, dire quanti zeri ha  $f(x)$  in  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ .
- (d) [3 p.ti] Stabilire per quali  $\alpha > 0$  la funzione

$$h(x) = \begin{cases} -\arctan\left(\frac{1}{x-1}\right) - \ln[(x-1)^2 + 1] & \text{se } x < 1 \\ \frac{\pi}{2} & \text{se } x = 1 \\ \frac{e^{(x-1)} - 1}{(x-1)^\alpha} + \arccos(x-1) & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$

è continua in  $] -\infty, 2]$ .

PAGINA SUCCESSIVA  $\longrightarrow$

**Domanda 1.** [4 p.ti] Mediante la definizione di limite, verificare che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 + 2}{n + 1} = +\infty$$

[2 p.ti]. Dimostrare che il prodotto di una successione infinitesima per una successione limitata è una successione infinitesima [2 p.ti].

**Domanda 2.** [4 p.ti] Sia  $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ .

- (a) Quando la funzione  $f$  si dice derivabile in  $x_0 \in (a, b)$ ? [1 p.to]
- (b) Relazioni tra continuità in  $x_0$  e derivabilità in  $x_0$ : dimostrazione di eventuali implicazioni e/o eventuali controesempi [3 p.ti].

**N.B.**

- Tutti i risultati devono essere accuratamente giustificati.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.