– –

ANALISI MATEMATICA 1

Ingegneria dell'Energia, cognomi A-O

Primo compitino - Venerdì 4 novembre 2016

TEMA 2

– –

Esercizio 1. [6 p.ti] Si enuncino le proprietà caratteristiche dell'estremo inferiore di un insieme [2 p.ti]. Sia

$$E = \left\{ \frac{4}{\sqrt{n^2+4}+n},\ n \geq 0 \right\} \cup (2,4]$$

Determinare $\sup E$, $\inf E$ e stabilire se esistono $\min E$ e $\max E$ (in caso affermativo calcolarli) [4 p.ti].

Esercizio 2. [5 p.ti] Calcolare, giustificando adeguatamente tutti i passaggi,

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{n \ln\left(\frac{((n+1)!)^{2n}}{n^{2n}(n!)^{2n}}\right) + \frac{\arctan n}{n} + \frac{\sin n}{n}}{(-1)^n\sqrt{n} - 4n}$$

Esercizio 3. [6 p.ti] Sia

$$f(x) = \begin{cases} (\arcsin x)^{\beta} + \beta \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 1 & \text{se } x = 0 \\ \frac{\ln(1+|x|^{\alpha})}{x^2} + \frac{[\sin(x^2)]^{\frac{1}{|x|}}+1}{e^x} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Determinare, se esistono, tutti i valori $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ per i quali f risulta continua in $(-\infty, 1]$. (Suggerimento: $\lim_{t\to 0} \frac{\log(1+t)}{t} = 1$)

Esercizio 4. [2 p.ti] Sia

$$f(x) = \begin{cases} (2-k)x+1 & \text{se } x \leq 0 \\ \ln(x+k) & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Determinare, se esistono, tutti i valori $k > 0$ per i quali f risulta derivabile in $\mathbb{R}$.

PAGINA SUCCESSIVA $\longrightarrow$

Domanda 1. [4 p.ti] Sia $x \geq -1$. Dimostrare la disuguaglianza di Bernoulli:

$$(1+x)^n \geq 1 + nx, \qquad \forall n \in \mathbb{N}$$

[3 p.ti]. Dove di usa l'ipotesi $x \geq -1$? [1 p.to].

Domanda 2. [3 p.ti] Verificare, usando la definizione, che

$$\lim_{x \to 3^+} \frac{2}{3x-9} = +\infty$$

Domanda 3. [4 p.ti] Sia $f : (a,b) \to \mathbb{R}$ derivabile. Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat.

N.B.

– Tutti i risultati devono essere accuratamente giustificati.

– La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.

– Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.