
ANALISI MATEMATICA 1

Ingegneria dell'Energia, cognomi A-O

Secondo appello - Venerdì 24 febbraio 2017

Esercizio 1. [5 p.ti] Trovare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \sqrt{|x^2 + x - 6|} + \left[\arccos \left(\frac{x-2}{2x+1} \right) \right]^{\frac{1}{x-3}}$$

Esercizio 2. [6 p.ti] Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sin \sqrt{x} - \sqrt{x} + \log(\cos x)}{e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}} + \sqrt{\sin x^3}}$$

Suggerimento. Si ricordi che

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^\beta \log x = 0 \quad \forall \beta > 0$$

Esercizio 3. [7 p.ti] Considerata

$$f(x) = \log(1 + x^2 e^{1-x})$$

dimostrare che è invertibile in un opportuno intorno I di $x = 1$ (indicare quale) [2 p.ti]. Detta g la sua inversa in I , calcolare $g'(\log 2)$ [2 p.ti]. Sia

$$\varphi(x) = \begin{cases} \log(1 + x^2 e^{1-x}) & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{\log|x|}{|\arctan x|^\alpha} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

Dire se esistono valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ per i quali $\varphi(x)$ è continua in \mathbb{R} [3 p.ti].
Suggerimento. Si ricordi (utilizzando tali limiti solo nel caso opportuno!) che

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} = 1 \quad e \quad \lim_{x \rightarrow 0} |x|^\beta \log|x| = 0 \quad \forall \beta > 0$$

Esercizio 3. [3 p.ti] Scrivere la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2y' - 3y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

[2 p.ti]. Calcolare $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x)$ [1 p.to].

PAG. SUCC. →

Domanda 1. [4 p.ti] Sia $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ una successione. Stabilire, motivando adeguatamente la risposta, quale o quali di queste espressioni è una serie:

$$\sum_{k=1}^{10.000} a_k \quad \sum_{k=10.000}^{+\infty} a_k \quad \sum_{k=1}^{+\infty} (a_k - a_{k+1}^2)$$

[1.5 p.ti]. Dimostrare che la convergenza assoluta di una serie implica la convergenza semplice di tale serie [2.5 p.ti].

Domanda 2. [2 p.ti] Sia $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione continua. Definire la funzione integrale per f , scrivendone la definizione, il dominio e il codominio.

Domanda 3. [3 p.ti] Enunciare e dimostrare il teorema sul prodotto di una successione infinitesima per una successione limitata.

N.B.

- Tutti i risultati devono essere accuratamente giustificati.
- La bella copia deve essere fatta sul foglio intestato e siglato. NON SI ACCETTANO BRUTTE COPIE.
- Il tempo a disposizione è di 2 ore e 45 minuti.