

Programma del corso di Metodi matematici per l' ingegneria, a.a. 07/08
Prof. Pierpaolo Soravia

1. Introduzione su spazi di Banach e Hilbert. Spazi metrici e funzione distanza. Funzioni continue. Successioni. Successioni di Cauchy e spazi completi. Convergenza puntuale ed uniforme per successioni di funzioni. Teoremi di passaggio al limite sotto il segno di integrale e di derivata. Spazi normati e di Banach. Prodotti scalari e spazi di Hilbert.

2. Serie di Fourier. Serie di funzioni. Convergenza totale delle serie. Funzioni periodiche. Sviluppi in serie di Fourier. Convergenza delle serie di Fourier: in L^2 , convergenza puntuale, convergenza uniforme, convergenza totale. Integrazione delle serie di Fourier.

3. Equazioni differenziali ordinarie. Il problema di Cauchy per sistemi di equazioni del primo ordine in forma normale. La formulazione integrale del problema di Cauchy. Teoremi di esistenza ed unicità. Dipendenza continua dal dato iniziale. Esempi di non unicità e di esplosione in tempo finito. Equazioni di ordine superiore e sistema del primo ordine associato. Equazioni lineari omogenee. Dimensione dello spazio delle soluzioni e costruzione di una base dello spazio delle soluzioni. Equazioni non omogenee. Metodo di variazione delle costanti. Equazioni lineari omogenee a coefficienti costanti e loro integrale generale. Equazioni lineari a coefficienti costanti non omogenee, calcolo della soluzione particolare.

4. Equazioni differenziali a derivate parziali. Equazione della diffusione. Derivazione dell' equazione del calore. Problemi al contorno in domini limitati. Metodo di separazione delle variabili. Metodo dell' energia e unicità della soluzione. Il principio del massimo e sue conseguenze. La soluzione fondamentale. La soluzione del problema di Cauchy su tutto lo spazio. Il metodo di Duhamel. Equazione di diffusione con termini di trasporto. L' equazione di Poisson e Laplace. Unicità della soluzione per problemi al contorno. La proprietà di media. Il principio di massimo forte. Soluzione nel cerchio: il laplaciano in coordinate polari. La soluzione fondamentale. La funzione di Green e suo calcolo per il semispazio e la palla. Il principio di Dirichlet.

5. La trasformata di Fourier. Trasformata di Fourier: definizione e prime proprietà. Decadimento all' infinito e regolarità di trasformate. Esempi di calcolo delle trasformate di Fourier più comuni. La trasformata della Gaussiana. La convoluzione. La trasformata di una convoluzione. Inversione della trasformata di Fourier. Uso della trasformata di Fourier per risolvere equazioni differenziali. Trasformata di funzioni in più variabili. Trasformata di Fourier-Plancherel. Equazione del trasporto.

Fine della prima parte 54 ore, 6 crediti

6. Equazione delle onde. Onde progressive. Modello fisico della corda vibrante. Unicità del problema al contorno: metodo dell' energia. Metodo di separazione delle variabili. Soluzione del problema globale con la trasformata di Fourier. La formula di d' Alambert. Velocità di propagazione. Dipendenza continua dai dati e metodo di Duhamel. Soluzione fondamentale. Alcuni esempi di soluzioni dell' equazione delle onde multidimensionale.

7. La trasformata di Laplace. Funzioni di una variabile complessa. Identità di Cauchy Riemann. Funzioni olomorfe. Funzioni assolutamente trasformabili secondo Laplace. Ascissa di convergenza assoluta. La trasformata di Laplace è una funzione olomorfa. Proprietà elementari della trasformata di Laplace. Formula di inversione della trasformata di Laplace. Applicazioni alle equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti o variabili. Applicazione alle equazioni integrali. Applicazione alle equazioni a derivate parziali.

Testi di riferimento

Enrico Giusti, Analisi Matematica 2 (terza edizione), Boringhieri, capitoli 13-14-17-20;

Salsa, Equazioni a Derivate Parziali, Springer, capitoli 2-3-4 (4.2)-5;

De Marco, Trasformate di Fourier e Trasformate di Laplace, dispense scaricabili in rete,

File di complementi per il corso scaricabile in rete,

vedi: www.math.unipd.it/~soravia/didattica/ .

Per consultazione: Barozzi, Metodi Matematici per l' Ingegneria dell' Informazione, Zanichelli.