

PROGRAMMA DI MATEMATICA 1F E ANALISI MATEMATICA 1
PER I CORSI DI FISICA E DI ASTRONOMIA
ANNO ACCADEMICO 2007–2008

Docenti: Umberto Marconi e Corrado Marastoni

1. PREREQUISITI

Proprietà delle potenze, esponenziali e logaritmi. Geometria analitica piana. Trigonometria. Funzioni, grafici, nomenclatura. Funzioni polinomiali, funzioni razionali fratte, funzione potenza, funzione esponenziale, funzione logaritmo, funzioni trigonometriche e loro inverse. Disequazioni.

2. LA RETTA REALE

Ordinamento della retta reale. Lacune nella retta razionale. Completezza dei numeri reali. Estremo superiore ed estremo inferiore. Formulazioni equivalenti della completezza. Archimedeità della retta reale.

Funzioni e successioni: concetti fondamentali e nomenclatura.

Topologia della retta reale. Aperti e chiusi: definizione e proprietà. Un sottoinsieme chiuso e limitato ammette massimo e minimo. Intorni di un punto. Proprietà degli intorni. Un insieme è aperto se e solo se è intorno di ogni suo punto. La topologia della retta estesa.

3. LIMITI DI SUCCESSIONI

Definizione di limite per successioni di numeri reali; formulazioni equivalenti. Unicità del limite. Sottosuccessioni e loro comportamento rispetto al limite. Permanenza del segno, confronto e carabinieri. Infinitesimi. Teoremi standard sui limiti. Successioni monotone e limiti di successioni monotone. Una successione monotona e limitata è convergente. Ogni successione di numeri reali ammette una sottosuccessione monotona. Ogni successione limitata di numeri reali ammette una sottosuccessione convergente. Successioni e punti di chiusura. Un sottoinsieme di \mathbb{R} è sequenzialmente compatto se e solo se è chiuso e limitato.

Principio di induzione. Disuguaglianza di Bernoulli. Media aritmetica e media geometrica; loro confronto. La successione esponenziale. Funzione esponenziale e funzione logaritmo. Disuguaglianze fondamentali (quest'ultimo capoverso senza dimostrazioni).

Chiusura e punti di chiusura. Punti di accumulazione. Punti di frontiera. Caratterizzazione dei punti di chiusura e dei punti di accumulazione mediante le successioni.

4. LIMITI DI FUNZIONI

Definizione di limite per una funzione reale di variabile reale e sue formulazioni equivalenti. Unicità, permanenza del segno, confronto, carabinieri, teoremi standard sui limiti. Alcuni limiti fondamentali. Cambiamento di variabile (senza dim.). Relazione «*o piccolo*» e principio di sostituzione degli infinitesimi. Funzioni dello stesso ordine. Scala di confronto delle potenze e sviluppi asintotici delle funzioni elementari.

5. FUNZIONI CONTINUE

Definizione di funzione continua in un punto, formulazioni equivalenti, permanenza del segno. Funzioni continue su tutto il dominio. Teorema di Weierstrass e teorema dei valori intermedi. Estremi ed estremanti locali e assoluti. Versione topologica del teorema di Rolle.

6. DERIVATE

Definizione di derivata in un punto e formulazioni equivalenti. Derivabile implica continua. Funzioni globalmente derivabili e funzione derivata prima. Derivate successive e funzioni di classe C^n . Proprietà dell'operatore di derivazione (rispetto alla somma, al prodotto, ...). Derivate delle funzioni elementari. Derivata della funzione composta e della funzione inversa. Estremanti locali e annullamento della derivata prima. Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange e sue conseguenze. Punti di estremo locale e derivata seconda. Teorema degli incrementi finiti.

Regola di de l'Hôpital (dim. nel caso $\frac{0}{0}$). Contatti di ordine superiore a m . Formula di Taylor con il resto di Peano.

Asintoti obliqui. Funzioni convesse e concave; relazione con la monotonia della derivata prima.

7. SERIE NUMERICHE

Serie numeriche a termini reali. Convergenza. Serie geometrica e serie armonica. Serie a termini positivi. Confronto. Asintoticità. Criterio di condensazione (senza dim.). Criteri della radice e del rapporto. Serie a termini di segno alterno e criterio di Leibniz. Serie assolutamente convergenti. Una serie assolutamente convergente è convergente.

8. INTEGRALI

Funzioni a scalino a supporto compatto e loro integrale. Proprietà di tale integrale (senza dim.). Funzioni Riemann-integrabili: definizione e caratterizzazione. Proprietà dell'integrale di Riemann (senza dim.). Funzioni localmente Riemann-integrabili. Le funzioni bilanciate sono localmente Riemann-integrabili (senza dim.).

Integrale esteso a un intervallo orientato e sue proprietà. Funzione integrale. La funzione integrale è continua ed è derivabile se la funzione integranda è continua. Teorema fondamentale del calcolo. Integrazione per parti e per sostituzione. Tecniche di integrazione. Calcolo di aree.

9. NUMERI COMPLESSI

Definizione di corpo complesso. Parte reale, parte immaginaria, piano di Gauss. Numeri complessi e geometria piana. Coniugato e modulo di un numero complesso. Proprietà del coniugato e del modulo. Distanza di due numeri complessi. Radici quadrate di un numero complesso.

Forma polare. Notazione esponenziale. Potenze e radici.

Detti $x = \Re z$ e $y = \Im z$, si ha $e^z = e^x(\cos y + i \sin y)$ (senza dim.). Equazioni algebriche nel campo complesso (senza dim.).

Testi.

- [1] G. Artico, *Richiami di Matematica*, Edizioni Libreria Progetto, Padova.
- [2] G. De Marco, *Analisi Uno*, Decibel-Zanichelli.
- [3] G. De Marco, C. Mariconda, *Esercizi di calcolo in una variabile*, Decibel-Zanichelli.
- [4] U. Marconi, Dispense in rete all'indirizzo:
<http://www.math.unipd.it/~umarconi/did.htm>.