

1 Data la funzione:

$$f(x) = \sqrt{x^2 - x^3},$$

studiare:

dominio, continuità, limiti significativi della funzione e della sua derivata prima, punti di non derivabilità, crescita e decrescenza, massimi e minimi, grafico.

Non si richiede lo studio della derivata seconda.

2 Trovare i numeri complessi z che soddisfano l'equazione:

$$z - \bar{z} = z^2$$

Si suggerisce di usare la forma algebrica.

3 Dimostrare che la seguente serie numerica è convergente:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{n^n}$$

4 Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\operatorname{sen} x} - \frac{1}{x} \right)$$

5 Calcolare:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} dx$$

6 (**Riservato agli astronomi.**)

Risolvere l'equazione differenziale

$$y'' + y = \cos t$$

con la condizione iniziale $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. La soluzione deve essere espressa con una formula che coinvolga solo coefficienti e funzioni reali.