

1 Sia E un sottoinsieme limitato della retta reale e sia $a = \inf E$.
Dimostrare che se E è chiuso, allora $a \in E$.
Fornire un esempio di un insieme che ha massimo e minimo ma che non è chiuso.

2 Dopo aver trovato il limite della successione

$$\frac{2^n}{n!}$$

trovare i limiti delle sottosuccessioni convergenti della seguente successione:

$$\sin\left(\frac{\pi}{6}n\right) + \frac{2^n}{n!}$$

3 Trovare lo sviluppo asintotico di

$$\log(\cosh x)$$

nella scala delle potenze di x per $x \rightarrow 0$, fino ai primi tre termini non nulli.

4 Calcolare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+x^2} - \cos x + e^{-\frac{1}{x}}}{\sin x - \log(1+x)}$$

5 Data la funzione, definita per $0 < x < \pi$:

$$y(x) = (\sin x)^x$$

calcolarne la derivata prima.
Trovare poi i seguenti limiti:

$$\begin{aligned} y(0^+) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} y(x) \\ y'(0^+) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} y'(x) \end{aligned}$$