

1 Determinare, giustificando la risposta, il limite della seguente successione:

$$\left(\frac{n}{n+2}\right)^{2n}$$

2 Trovare lo sviluppo asintotico della funzione

$$\sqrt{x+x^3}$$

nella scala delle potenze di x per $x \rightarrow +\infty$ con almeno tre termini non nulli.

3 Calcolare:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)^2 + \log(\cos x)}{e^x - 1 - \sin x + \tan^3 x}$$

4 Trovare in \mathbb{R} la chiusura, l'insieme dei punti di accumulazione e l'insieme dei punti isolati dei seguenti sottoinsiemi:

$$S_1 = \left\{ \log\left(\frac{n+1}{n+2}\right) : n \in \mathbb{N} \right\} \cup]-1, \log \frac{2}{3}]$$

$$S_2 = \{x \in \mathbb{R} : \sin x > 0\}$$

Dimostrare inoltre che S_2 è aperto.