Matematica 1 mod. A per Matematica

Esempi di quiz

1. Sia x un numero reale. Allora $x\sqrt{3}$:

☐ è uguale a $\sqrt{3x^2}$.

☐ può essere diverso da $\sqrt{3x^2}$.

☐ è sempre un numero irrazionale.

2. Sia S l'insieme delle soluzioni della disequazione $||x| - 2| \leq 1$. Allora:

☐ $1 \notin S$.

☐ S non è un intervallo.

☐ S è un intervallo.

3. La funzione $f(x) = \sin(1 + x^2)$:

☐ è periodica di periodo 2π.

☐ non è periodica.

☐ è periodica di periodo $4\pi^2$.

4. L'antiimmagine dell'intervallo chiuso $[1, 2]$ tramite la funzione $f(x) = (x - 2)^2$ è:

☐ l'intervallo chiuso $[3, 2 + \sqrt{2}]$.

☐ l'unione di due intervalli disgiunti.

☐ l'intervallo chiuso $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$.

5. La funzione $f(x) = x - |1 + 2x|$:

☐ è crescente nell'intervallo $[0, +\infty[$.

☐ è decrescente nell'intervallo $[-1, 1]$.

☐ non è monotona su $\mathbb{R}$.

6. Sia S un sottoinsieme non vuoto di $\mathbb{R}$. Quale delle seguenti condizioni implica che b è estremo superiore di S?

☐ $\forall\ r < b$ si ha $[r, r + 1] \cap S \neq \emptyset$ e inoltre $]b, +\infty[\cap S = \emptyset$.

☐ $\forall\ s \in S$ si ha $s \leq b$ e inoltre $[b - 1, b] \cap S \neq \emptyset$.

☐ $] - \infty, b] \cap S \neq \emptyset$ e inoltre $[b, b + 1] \cap S = \emptyset$.

7. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$ e supponiamo di sapere che A non è aperto. Allora:

☐ A è chiuso.

☐ A contiene una semiretta.

☐ Esiste un punto di A che non appartiene a nessun intervallo aperto contenuto in A.

8. Sia $A \subseteq \mathbb{R}$, $p \in \mathbb{R}$. Da quali delle seguenti condizioni segue che p appartiene a $\mathrm{cl}(A)$?

☐ La semiretta $[p, +\infty[$ ha intersezione non vuota con A.

☐ Per ogni $\varepsilon > 0$ l'intervallo $[p - \varepsilon, p + 2]$ ha intersezione non vuota con A.

☐ p è di accumulazione per A.

9. La successione $\sqrt{n^2+1} - \sqrt{n}$:

☐ diverge a $+\infty$.

☐ converge a 0.

☐ converge a un numero diverso da 0.

10. Nel campo complesso l'equazione $\exp(z) = 16 \cos iz$:

☐ ha una sola soluzione.

☐ ha almeno tre soluzioni.

☐ ha una soluzione con parte reale uguale a 0.

11. Siano p un numero reale e $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione. La scrittura $\lim_{x \to p} f(x) = +\infty$ è falsa **se e solo se**:

☐ per ogni $\varepsilon > 0$ esiste U intorno di p tale che per ogni $x \neq p$, $x \in U$, si ha $f(x) < \varepsilon$.

☐ esistono $\varepsilon > 0$ e $\delta > 0$ tali che $f(p + \delta) > \varepsilon$.

☐ esiste $\varepsilon > 0$ tale che per ogni $\delta > 0$ esiste un punto x_δ che soddisfa le seguenti disuguaglianze:

$$0 < |x_\delta - p| < \delta, \qquad f(x_\delta) < \varepsilon$$

12. Sia $f : [0,1] \longrightarrow [0,1]$ una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è vera?

☐ se f è suriettiva allora f è monotona.

☐ se f è iniettiva allora f è monotona.

☐ se f è monotona allora f è iniettiva.

13. Il $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{1}{x^2}}{\sin x^2}$:

☐ è 0.

☐ è finito diverso da 0.

☐ è infinito.

14. Sia z un numero complesso di modulo 1. Allora sicuramente:

☐ $z^{-1} = \bar{z}$.

☐ una radice quadrata di z vale -1.

☐ $z + z^{-1} \neq 0$.

15. Sia (x_n) una successione di numeri reali divergente a $+\infty$. Allora sicuramente:

☐ la serie $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{x_n}{n}$ è divergente.

☐ la successione (x_n) è monotona.

☐ $x_n \geq n$ per ogni n.

16. Si consideri la successione $c_n = \dfrac{1}{n}$ e sia x un numero reale, con $0 < x < 1$. Allora il

$$\lim_{n \to +\infty} \sqrt[n]{1 - x^{c_n}}$$

☐ vale 0.

☐ vale $\frac{1}{2}$.

☐ vale 1.

17. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da $f(x) = |3x| + |x + 2|$. Allora:

☐ f è suriettiva.

☐ f è iniettiva.

☐ l'immagine di f ha minimo.

18. Sia $S = \{1 + \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N}^\star\}$. Allora:

☐ $\inf S = \frac{3}{2}$ e $\max S$ non esiste in $\mathbb{R}$.

☐ $\inf S$ non esiste in $\mathbb{R}$ e $\sup S = 2$.

☐ $\min S = \frac{3}{2}$ e $\sup S = 2$.

19. Sia S l'insieme delle soluzioni della disequazione $\tan x - \sqrt{2} \sin x < 0$. Allora:

☐ l'intervallo $]\pi, \frac{7}{4}\pi[$ è contenuto in S.

☐ l'intervallo $]\frac{3}{2}\pi, \frac{7}{4}\pi[$ è contenuto in S.

☐ S è un intervallo aperto.

20. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione suriettiva. Allora sicuramente:

☐ l'equazione $f^4(x) = y$ ha soluzione per ogni $y > 0$.

☐ $f(\mathbb{R})$ ammette estremo superiore finito.

☐ f è crescente.

21. Sia $E \subseteq \mathbb{R}$, $E = \{1 + \frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N}\} \cup [0, 1]$.

☐ 2 non appartiene alla chiusura di E.

☐ 2 appartiene alla chiusura di E ed è di accumulazione per E.

☐ $\frac{1}{2}$ non è di accumulazione per E.

22. Sia E un sottoinsieme limitato di $\mathbb{R}$ e sia $l = \inf E$:

☐ se $l \in E$, allora l è punto di accumulazione per E.

☐ se $l = \min E$, allora l è sicuramente un punto isolato.

☐ se $l \notin E$, allora l è un punto di accumulazione per E.

23. Sia $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una successione reale divergente a $+\infty$. Allora sicuramente:

☐ $x_n \geq 0$ per ogni n in $\mathbb{N}$.

☐ per ogni naturale m si ha che $x_n > 10^m$ per infiniti n in $\mathbb{N}$.

☐ la successione data è monotona crescente.

24. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $f(10) = 3$. Allora sicuramente:

☐ f assume tutti i valori compresi tra 3 e 10.

☐ f non si annulla su $]-\infty, 10[$.

☐ esiste $x \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) = -10$.

25. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow [-1, 1]$ una funzione. Allora sicuramente:

☐ f non può essere un omeomorfismo.

☐ f è un omeomorfismo se e solo se f è derivabile.

☐ f è un omeomorfismo se e solo se f è biiettiva.

26. L'equazione $(\exp it)^8 = 16$:

☐ ha infinite soluzioni reali.

☐ ha esattamente otto soluzioni.

☐ non ha soluzioni reali.

27. **(N)** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e tale che $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$, $f(10) = 3$. Allora sicuramente:

☐ f assume tutti i valori compresi tra 3 e 10.

☐ f non si annulla su $]-\infty, 10[$.

☐ esiste $x \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) = -10$.

28. Quale delle seguenti affermazioni è esatta?

☐ $\cos^2 1 = \sin^2 1$.

☐ $\cos 1 \geq \sin 1$.

☐ $\cos 1 \leq \sin 1$.

29. Siano r il raggio e d il diametro di una sfera. La sua superficie è uguale a:

☐ πd^2.

☐ $4\pi r^3$.

☐ $\frac{4}{3}\pi r^2$.

30. In quale dei seguenti casi la terna dei numeri dati non rappresenta le lunghezze dei lati di un triangolo?

☐ $5, \quad \sqrt{2}, \quad 3$.

☐ $4, \quad 3, \quad 5$.

☐ $\sqrt{3}, \quad 2, \quad \sqrt{2}$.

31. Sia $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$ e sia $f: D \longrightarrow \mathbb{R},\ f(x) = \dfrac{1}{x-2}$.
Quale dei seguenti insiemi è l'antiimmagine tramite f della semiretta $[-2, +\infty[$?

☐ l'intervallo $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$.

☐ l'unione della semiretta $]-\infty, \frac{3}{2}]$ con la semiretta $]2, +\infty[$.

☐ l'unione della semiretta $]-\infty, -\frac{1}{4}]$ con la semiretta $]0, +\infty[$.

32. La disequazione $\frac{x^2-1}{x} > 0$ è verificata:

☐ solo per valori minori di -1.

☐ per un insieme infinito di valori maggiori di -1.

☐ solo per valori maggiori di 1.

33. A quanti metri cubi corrispondono 700 cm^3?

☐ $7 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^3$.

☐ $0,7\ \text{m}^3$.

☐ $7 \cdot 10^{-3}\ \text{m}^3$.

34. La soluzione dell'equazione $\log_2(\log_3 x) = 3$ è:

☐ $x = 3^8$.

☐ $x = 3^6$.

☐ $x = 2^9$.

35. Sia S un sottoinsieme di $\mathbb{R}$ illimitato inferiormente. Allora sicuramente

☐ $\exists x \in S \quad \forall M \in \mathbb{N} \qquad x \leq -M$

☐ $\forall M \in \mathbb{N} \quad \exists x \in S \qquad x \leq -M$

☐ $\exists M \in \mathbb{N} \quad \forall x \in S \qquad x \geq -M$

36. Sia $f(x) = 2\sin^2 x - 3\sin x$. Allora l'antiimmagine di $]-\infty, -1[$ tramite f è:

☐ un intervallo illimitato.

☐ una unione di intervalli aperti.

☐ un insieme limitato.

37. Un insieme finito di numeri reali è sicuramente

☐ chiuso

☐ aperto

☐ un intervallo

38. Sia $(x_n)_n$ una successione decrescente di numeri strettamente positivi. Allora sicuramente

☐ la successione converge ad un numero reale strettamente positivo.

☐ esiste $a \in \mathbb{R}$ tale che $a \leq x_n < a + 0.0001$ per infiniti n in $\mathbb{N}$.

☐ per ogni numero reale strettamente positivo a esiste n in $\mathbb{N}$ tale che $x_n < a$.

39. Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = (\sqrt{2})^x$. L'immagine di $[-e, +\infty[$ tramite f coincide con

☐ $[(\sqrt{2})^{-e}, +\infty[$

☐ $]0, (\sqrt{2})^{-e}[$

☐ $](\sqrt{2})^{-e}, +\infty[$

40. Sia V un sottoinsieme non vuoto di $\mathbb{R}$. Quale delle seguenti condizioni assicura che V non è aperto?

☐ V è illimitato.

☐ V ha minimo.

☐ esiste una successione crescente a valori in V.

41. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una funzione iniettiva. Allora sicuramente:

☐ $f^{\leftarrow}([0, 1])$ è infinito.

☐ $f([0, 1])$ è infinito.

☐ $f([0, 1])$ è un chiuso di $\mathbb{R}$.

42. Nel corpo complesso l'equazione $(z + i)\bar{z} = \frac{2}{1+i}$:

☐ ha infinite soluzioni.

☐ ha solo due soluzioni.

☐ non ha soluzioni.

43. Sia $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definita da: $f(x) = \exp(1 - |x|)$.

☐ f ha massimo assoluto.

☐ f è decrescente.

☐ f ha minimo assoluto.