

1.- Un foglio quadrato con una faccia bianca ed una nera è appoggiato con la faccia nera su di un tavolo. Si sollevi un suo vertice A e lo si riappoggi sul tavolo piegando in due il foglio, in modo che il vertice A vada a finire in un punto $A' (\neq A)$ del quadrato. Dopo la piega compare una figura nera poligonale.

Per quali scelte di A' questa figura è un triangolo?

Per scelte diverse dalle precedenti quali altri tipi di poligoni possono apparire?

E se A' non appartiene al quadrato?

2.- E' vero che se un polinomio $P(x)$ a coefficienti razionali è divisibile per $x+\sqrt{3}$ è anche divisibile per $x-\sqrt{3}$?

Sugg. : Si divida $P(x)$ per x^2-3 ,

3.- Per salire una scala mobile quando è in funzione si impiegano 15 secondi. Per scenderla di corsa, quando è ferma, il signor S impiega 10 secondi. Quanto tempo impiega il signor S per scendere di corsa la scala se questa è in funzione e sta salendo?

4.- Quanti sono i numeri compresi tra 1000 e 10.000 nella cui scrittura appaiono almeno tre cifre distinte?

5.- n industriali si incontrano in una "colazione di lavoro"; si presentano l'un l'altro e si scambiano a due a due i loro biglietti da visita.

Quanti sono in tutto i biglietti da visita scambiati?

Quale può essere l'ultima cifra decimale di questo numero?

Qual è la somma di tutte queste cifre decimali se n varia da 1 a 50 ?

6.- Definiamo una successione di insiemi procedendo come segue:

I_0 è l'insieme di tutti i triangoli del piano, I_{n+1} l'insieme dei poligoni che si ottengono come intersezione di due elementi di I_n .

Si osservi che ogni insieme I_n è contenuto nel successivo I_{n+1} .

E' vero che, dato comunque un poligono, esiste un insieme della catena che lo contiene?

Si determini il più piccolo indice k tale che I_k contenga almeno un poligono di 2001 lati.

Si considerino i poligoni di 2001 lati che appartengono a qualche insieme della catena : si determini il più piccolo indice j tale che I_j li contenga tutti.

7.- Si devono verniciare delle automobili, alcune con vernice bianca, altre con vernice metallizzata. Una catena di montaggio fa il lavoro della vernice bianca, un'altra di quella metallizzata, e impiegano lo stesso tempo a fare il lavoro. Volendo verniciare di bianco le vetture da metallizzare occorrerebbero 20 ore e 10 minuti, mentre per metallizzare quelle da verniciare in bianco si impiegherebbero in totale 28 ore e 10 minuti. Sapendo che il numero totale delle automobili è minore di 400, dire quante sono al più le automobili bianche e quelle metallizzate.

8.- Si considerino un quadrato e le quattro rette passanti per i suoi vertici e ortogonali al piano del quadrato. Esistono tetraedri regolari con i quattro vertici appartenenti, rispettivamente, alle quattro rette? E' vero che, se esistono due siffatti tetraedri, essi hanno lo stesso volume?