

- 1.- Si determinino le coppie di numeri interi relativi  $(x,y)$  tali che :  $x^2 - xy - 2y^2 = 10$  .  
Esistono siffatte coppie tali che  $x^2 - xy - 2y^2 = 5$  ?
- 2.- Ombreggiare il luogo dei punti del piano cartesiano dai quali escono due rette distinte e di coefficiente angolare positivo, tangenti la circonferenza di equazione :  $x^2 + y^2 = 1$  .
- 3.- Si consideri un sistema di coordinate cartesiane nel piano. Quanti quadrati con vertici di coordinate intere sono contenuti in un cerchio di raggio 5 e centro l'origine ?
- 4.- Chiameremo razionale un punto del piano cartesiano che abbia coordinate razionali.  
Siano A, B due punti della circonferenza di equazione  $x^2 + y^2 = 1$  , non simmetrici rispetto alla origine O delle coordinate, C il punto comune alle due tangenti alla circonferenza in A e B.  
E' vero che se due dei tre punti A, B, C sono razionali lo è anche il terzo ?
- 5.- I. Si sa che in un certo insieme di palline ce ne sono almeno due di peso diverso e inoltre ce ne sono almeno due di colore diverso.  
Dimostrare che allora ce ne sono almeno due che sono diverse sia per il colore che per il peso.
- II. Se inoltre si sa che nell'insieme delle palline ce ne sono almeno due di dimensione diversa, verificare, costruendo un esempio, che nell'insieme possono non esserci due palline che sono diverse per peso, colore e dimensione.
- 6.- Ad ogni numero intero  $x > -3$  è associato un numero intero  $f(x)$ , e risulta :  
$$f(x + 1) = [ f(x) + 8 ] / 2 \quad \text{se } f(x) \text{ è pari}$$
$$f(x + 1) = f(x) + 7 \quad \text{se } f(x) \text{ è dispari.}$$
Se  $f(0) = 0$  , quali sono i possibili valori di  $f(-2)$  ?
- 7.- Un treno viaggia sulla linea ferroviaria da Venezia a Vicenza, a velocità costante. Nell'istante in cui passa per Padova dalla stazione di Vicenza parte un altro treno diretto a Venezia, con accelerazione costante. Nell'istante in cui il primo arriva a Vicenza, il secondo arriva a Padova. Che frazione del tratto Padova – Vicenza ha percorso il primo treno quando i due treni si incontrano ?
- 8.- C'è un insieme S di n oggetti e c'è una famiglia  $F$  di 7 sottoinsiemi di S, ciascuno di 3 oggetti, tali che : presi comunque due elementi di S, esiste un unico elemento nella famiglia  $F$  che contiene i due oggetti.  
A quanto è uguale n ?  
Verificare che ogni oggetto di S appartiene precisamente a 3 dei sottoinsiemi di  $F$  .