

21^a GARA MATEMATICA “CITTA’ DI PADOVA” 25 MARZO 2006

1.- Tra i numeri naturali $n > 1$ tali che $n/2$ sia un quadrato e $n/3$ un cubo, si determinino i due più piccoli.

2.- Lungo una linea ferroviaria rettilinea si susseguono, nell’ordine, cinque stazioni A, B, C, D, E.

B dista 10 Km da A, C dista 25 Km da B, D 5 Km da C, E 15 Km da D. Lungo la linea (e fuori dalle stazioni) c’è un passaggio a livello P. La somma delle distanze di P dalle cinque stazioni è di Km 87.

Quale delle cinque stazioni è più vicina al passaggio a livello?

3.- Sia $s_0, s_1, s_2, s_3, \dots$ una successione di numeri tale che,

$s_0 = s_1 = 3$, e, per $n > 0$, $s_{n+1} = n(s_n + s_{n-1})$. Si provi che ogni termine della successione divide il termine successivo.

4.- E’ vero che $\log_2 3 + \log_3 2 > 2$?

5.- Sia ABC un triangolo rettangolo in B, scaleno ($AB > BC$). Sia r l’asse del segmento AC, P l’intersezione di AB con r. Sul segmento PC si consideri il punto D tale che $CB = CD$. E’ vero che l’angolo tra le rette BD e AC è la metà di un angolo retto ?

6.- Quanti sono i numeri naturali nella cui scrittura decimale le cifre compaiono in ordine strettamente crescente ?

Quanti sono i numeri naturali di 5 cifre, tutte diverse, nella cui scrittura le cifre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 compaiono in ordine crescente ?

(per es. 35078 SI’, 01234 NO)

7.- Con riferimento ad un sistema di coordinate cartesiane del piano, si considerino i quadrati con vertici a coordinate intere contenuti nel cerchio di centro l’origine e raggio 5.

Fra questi, quanti sono quelli di area massima?

Quanti quelli di lato uguale a 5 ?

8.- Si consideri un circolo C di centro O e raggio r; si fissi un punto M distante $3r$ dal circolo, e sia AB il segmento ortogonale alla retta OM, avente M come punto medio, e di lunghezza $2r$.

Trovare il luogo dei punti medi dei segmenti che hanno un estremo sul circolo C e l’altro sul segmento AB.