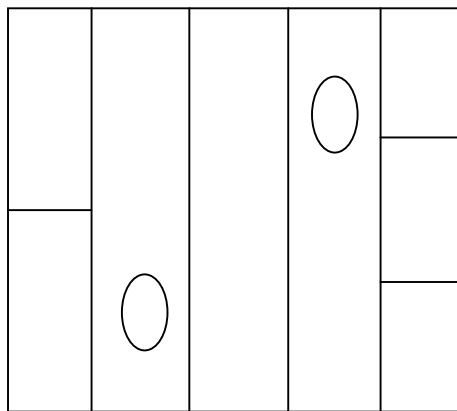




22^a Gara Matematica “Città di Padova” 17 Marzo 2007

1.- Il pavimento di una stanza rettangolare di m 3 per m 4 deve essere piastrellata con piastrelle rettangolari di cm14 per cm 9. Tenuto conto che se deve usare solo parte di una piastrella, tagliandola, il resto va buttato, si dica di quante piastrelle al minimo avrà bisogno il piastrellista.

2.- Si considerino le dieci regioni del seguente disegno.



In quanti modi diversi si possono colorare avendo a disposizione 5 colori e volendo che due regioni confinanti non abbiano lo stesso colore ?

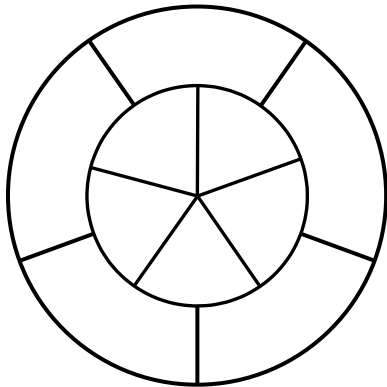
3.- E' vero che se n è un numero naturale allora uno (e uno solo) dei due numeri

$$10^n - 1 \quad \text{e} \quad 10^n + 1$$

è divisibile per 11 ?

4.- Una azienda agricola ha un certo numero di poderi. Alla morte del proprietario l'erede vende i tre poderi di maggior valore (che equivalgono al 30% del valore complessivo dei poderi dell'azienda) per pagare la tassa di successione. Alla sua morte il nuovo erede, per pagare la tassa di successione, vende i tre poderi di minor valore (che costituiscono il 30% del valore complessivo dei poderi che eredita). All'inizio, quanti potevano essere al minimo i poderi dell'azienda ? E quanti al massimo ?

5.- Si considerino i dieci numeri naturali successivi 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.



Si verifichi che si possono mettere ciascuno in una delle dieci caselle del disegno in modo che ogni numero di una casella esterna sia la somma dei numeri delle due caselle interne che con essa confinano.

Quanti altri insiemi di 10 numeri naturali successivi godono di questa proprietà ?

6.- Si consideri il triangolo di lati $a = 10$, $b = 17$, $c = 21$; si verifichi che la sua altezza h relativa al lato maggiore è uguale a 8 . Si tracci la retta parallela al lato a , a distanza 2 da questo ed esterna al triangolo. Si traccino le due rette analoghe parallele ai lati b e c . Le tre rette così ottenute determinano un triangolo di cui si chiede il perimetro e l'area.

7.- Siano A, B, C, D, E cinque punti di una retta tali che $AB = BC = CD = DE$.

Si consideri il cerchio C di centro A e passante per il punto C .

E' vero che per ogni punto P del cerchio C la distanza di P da B è uguale alla metà della distanza di P da E ?

8.- Si considerino due numeri primi p, q distinti. Si trovino le soluzioni intere dell'equazione

$$\frac{p}{x} + \frac{q}{y} = 1.$$