

23^a Gara Matematica “Città di Padova” 15 Marzo 2008

- 1.- Dato il numero naturale $n > 5$, lo si esprima come somma di numeri naturali (es. $9 = 2+2+2+3$). Come devono essere gli addendi in modo che il loro prodotto sia massimo?
- 2.- Nell'insieme dei triangoli che hanno la somma di due lati uguale a 5 cm, quali hanno area massima?
- 3.- Il signor Parodi ha ritrovato in un cassetto un'agenda del 2006 (nel 2006 il 1° di Gennaio cadeva di Domenica) mai adoperata. Sta per buttarla, ma poi pensa che prima o poi ci sarà un altro 1° di Gennaio di Domenica e forse l'agenda potrà andar bene in quell'anno. Quale sarà il primo anno venturo in cui il 1° Gennaio cadrà di Domenica? In tale anno l'agenda potrà andar bene per quanto riguarda i giorni della settimana? (non le fasi lunari). Se no, in quale?
- 4.- Esistono nel piano cartesiano circonferenze di centro $C(\sqrt{3}, \sqrt{5})$ che contengono almeno un punto di coordinate intere? E una di tali circonferenze può contenere due punti distinti a coordinate intere?
- 5.- Sia ax^3+bx^2+cx+d un polinomio di 3° grado che assume valori interi per ogni x intero. Esiste qualche polinomio siffatto con a non intero? In caso affermativo, qual è il più piccolo $a > 0$ per cui ciò avviene?
- 6.- In quanti modi diversi possiamo suddividere l'insieme I delle dieci cifre $I = \{ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 \}$ in tre insiemi non vuoti?
- 7.- Si consideri un quadrilatero convesso $ABCD$ inscritto in una circonferenza, e i quattro punti medi M, N, P, Q rispettivamente dei quattro archi AB, BC, CD, DA . Si dimostri che i due segmenti MP e NQ sono tra loro ortogonali.
- 8.- Si verifichi che per ogni naturale k il numero $(2-\sqrt{3})^k + (2+\sqrt{3})^k$ è un numero naturale divisibile per 2 (se k è pari, per 4 se k è dispari).